INNOVACIÓN EDUCATIVA

Volumen 13

62

▪ TERCERA ÉPOCA ▪

mayo-agosto, 2013
may-august, 2013
ISSN 1665-2673

El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

Learning and teaching mathematics

INDIZACIÓN

REDALYC
Latindex-Directorio
Clase
Dialnet
Rebiun
Índice Internacional «Actualidad Iberoamericana»
CREDI de la OEI
IRESIE
Registrada en los catálogos HELA y CATMEX
EBSCO-Host, Educational Research

INNOVACIÓN
EDUCATIVA

La revista *Innovación Educativa* tiene como propósito difundir trabajos de investigación y divulgación que abarquen la realidad educativa del país y de las naciones latinoamericanas, así como estar a la vanguardia de los conocimientos científicos y tecnológicos para distinguirse como factor en la aplicación de nuevas maneras de comunicación.

Innovación Educativa está dirigida a investigadores de la educación y académicos.

Número de certificado de reserva otorgado por el Instituto Nacional de Dereho de Autor:
04-2006-053010202400-102
Número de certificado de licitud de título: 11834
Número de certificado de licitud de contenido: 8435
Número de ISSN: 1665-2673
Sistema de Calidad Certificado Nº 10 950 227
ISO 9001:2008

INDIZACIÓN
REDALYC; Latindex-Directorio; Clase; Dialnet; Índice Internacional «Actualidad Iberoamericana»; Rebiun; CREDI de la OEI; IRESIE.
Registrada en los catálogos HELA y CATMEX; EBSCO-Host, Educational Research

Innovación Educativa cuenta con la participación de evaluadores externos en el proceso del arbitraje.

Domicilio de la publicación y distribución
Secretaría Académica, 1er piso,
Unidad Profesional «Adolfo López Mateos»,
Avenida Luis Enrique Erro s/n,
Zacatenco, C.P. 07738,
Delegación Gustavo A. Madero, D.F., México
Tel: 5729 6000, exts. 50403 y 50530
Correo: innova@ipn.mx
Web: www.innovacion.ipn.mx

Tiraje: 2000 ejemplares

El número 62 de la revista *Innovación Educativa* se terminó de imprimir en
Impresos Publicitarios y Comerciales S.A. de C.V.,
Delfín Mza. 130 Lte. 1 Col. Del Mar, Del. Tláhauc,
CP 13270, México D.F., México.

The purpose of the journal *Innovación Educativa* is to disseminate research and disclosure research papers covering the educational reality of the country and Latin American nations, as well as being at the forefront of scientific and technological knowledge, and to distinguish itself as a factor in the implementation of new forms of communication.

Innovación Educativa is targeted at educational researchers and academics.

Number of reserve certificate given by the Instituto Nacional de Derecho de Autor:
04-2006-053010202400-102
Number of certificate of title lawfulness: 11834
Number of certificate of content lawfulness: 8435
ISSN Number: 1665-2673
Certified Quality System Nº 10 950 227
ISO 9001:2008

INDEXING
REDALYC ; Latindex-Directorio; Clase; Dialnet; Índice Internacional «Actualidad Iberoamericana»; Rebiun; CREDI de la OEI; IRESIE.
Registered in the HELA and CATMEX catalogues; EBSCO-Host, Educational Research.

Innovación Educativa includes the participation of external evaluators in the peer review process.

Publication and distribution address
Secretaría Académica, 1er piso
Unidad Profesional «Adolfo López Mateos»
Avenida Luis Enrique Erro s/n
Zacatenco, C.P. 07738
Delegación Gustavo A. Madero, D.F. México
Phone: 5729 6000, exts. 50530 y 50403
E-mail: innova@ipn.mx
Web: www.innovacion.ipn.mx

Print run: 2000 copies

Number 62 of *Innovación Educativa* journal was printed at
Impresos Publicitarios y Comerciales S.A. de C.V.,
Delfín Mza. 130 Lte. 1 Col. Del Mar, Del. Tláhauc,
CP 13270, Mexico City, Mexico.

Contenido

[directorio
núm. 62]

Editorial

Hace algunos años, cuando hacía la investigación para mi doctorado en una universidad del Reino Unido, fui tutor particular de una niña que estaba llegando a sus exámenes de certificación de la preparatoria. Le enseñé matemáticas y física. Había escuchado que el currículo de Matemáticas en la India estaba unos años más adelantado que el de Inglaterra. Como maestro, tenía curiosidad de conocer la diferencia entre ambos sistemas en términos pedagógicos. Mi experiencia fue reveladora: mi alumna no podía siquiera expandir una expresión tan sencilla como $(a+b)^3$ o (a^3-b^3) sin resolver cada uno de los pasos desde el más básico. En la India, todo el mundo conocía las "formulas" de memoria y expandía todas esas expresiones en cuestión de segundos. En una ocasión, mi alumna tuvo que resolver el siguiente problema: *Suma los números desde el 1 hasta el 91*. A mi sorpresa, en vez de usar la "formula" general $n(n+1)/2$, mi alumna lo resolvió de otra manera: agregó 0 a la serie y argumentó que $(91+0)=91$, $(90+1)=91$,…., $(46+45)=91$. Había cuarenta y seis 91, y la respuesta era 4 186. Pensé que su método le ayudó a tener un entendimiento mejor y mucho más intuitivo de la operación. Por supuesto que no fue su propio descubrimiento, pero por primera vez vi a alguien resolver un problema de sumar series de una manera tan simple. Abandoné mi antigua pedagogía matemática "india" y adopté la suya. Encontré que su modo, es decir, el modo occidental, fomentaba el entendimiento; mientras que el modo "indio" era quizá bueno para adquirir habilidades matemáticas, velocidad y eficiencia. Pensé: "con razón las antiguas colonias británicas del sur de Asia no tuvieron mucho éxito en el reciente campo de la investigación de las matemáticas". Cuando alguien entiende una teoría o una técnica o cualquier cosa, algo hace *click* en su mente y dice: "¡Ajá! ¡Así es!" La ejecución hábil de un algoritmo, por más complejo que sea, no confiere *clicks* tan hermosos. Quizás ésta es la diferencia entre las técnicas pedagógicas que hace que el aprendizaje matemático en la India sea más rápido, pero menos innovador que su contraparte occidental.

Creo que el origen de la diferencia se encuentra en las motivaciones académicas y la historia de la enseñanza y el aprendizaje. Todos sabemos que las civilizaciones no occidentales, incluida la India, contribuyeron mucho al desarrollo de lo que denominamos las *matemáticas* hoy. Pero debemos reconocer que las matemáticas son "occidentales" en espíritu. El legado lo heredaron los europeos occidentales de los griegos, quienes buscaban sistematizar y centralizar casi todo. De ahí viene el gran sistema axiomático euclidiano en el cual todos los teoremas de la geometría se deben basar en, mínimo, un axioma o regla. Tal vez recordemos los "recientes" esfuerzos no tan exitosos de Russell, Whitehead y otros de demostrar que las matemáticas no se podían derivar de axiomas lógicos. La cuestión no es si es posible establecer una relación entre técnicas matemáticas aparentemente sin relación y, así, tener un solo sistema centralizado; es una cuestión de actitud, de motivación. Los antiguos indios, por ejemplo, no tenían una tendencia centralizadora en cuanto a las matemáticas y la computación. El sistema decimal y la idea del "cero" no fueron solamente logros académicos, sino un enorme éxito pedagógico. Debemos apreciar este hecho al momento de intentar comparar los métodos indios y romanos para sumar 4 186 y 864. Los antiguos indios nos confieren brillantes pruebas algebraicas, aritméticas y geométricas sin haber centralizado los sistemas algebraicos, trigonométricos y geométricos. Tal vez sus matemáticas eran una colección de técnicas locales para resolver problemas. No puedo evitar citar aquí a Feynman: "Existen dos maneras de hacer la física: la griega (desde principios primarios, axiomas) y la babilona (relacionar una cosa con otra). Yo soy un babilonio. . . . No tengo una preconcepción de cómo es la naturaleza ni de cómo debe ser" (Mehra, 1994). Las matemáticas indias son quizá más cercanas al modo babilonio que al griego. Pero, ahora, hay un giro en esta historia. No es que los antiguos indios no hayan tenido nunca un sistema centralizado (por ejemplo, basado en principios primarios). La lógica India puede considerarse un sistema integrado. La gramática paniniana revela una tendencia centralizadora. La cuestión es esta: ¿por qué las matemáticas indias son, entonces, solamente una colección de algoritmos? Creo que la respuesta es la siguiente. Los antiguos indios nunca tuvieron una "filosofía" –amor por el conocimiento– en el sentido etimológico. Fueron motivados por una idea soteriológica denominada *mokṣa*: la liberación de todo sufrimiento. Los cuatro *Vedas* demostraban el camino a la liberación. Y para entender los *Vedas* uno debía estudiar seis *vedāṅga*s o disciplinas auxiliares que incluían los *Jyotiṣ* (la astronomía y la astrología). Las técnicas matemáticas fueron utilizadas, principalmente, para dos propósitos: la astronomía y los altares de sacrificio. Las matemáticas no tenían una posición independiente. Por un lado, el conocimiento de los cuatro *Upāṅga*s o disciplinas subsidiarias era absolutamente necesario para entender los *Vedas*. Uno de ellos era la Lógica (*Nyāya*). Por ello la lógica se tomó más en serio y se sistematizó. Después de todo, no podemos olvidar que inmediatamente después del Renacimiento la matemática se consideró inferior a la filosofía y la teología en la Europa ilustrada, pues la primera se asociaba con el comercio. ¡Las percepciones sociales sí cambian!

En la India antigua, las técnicas pedagógicas eran muy diferentes a las occidentales. Cada disciplina india tenía textos compuestos en un estilo de aforismo-comentario-suplemento (*sūtra-bhāṣya-vārtika*). Un aforismo era muy corto y críptico. Solía explicar y complementarse con un comentario y un comentario suplementario, respectivamente. La mayoría de los textos se transmitían de manera oral. El alumno tenía, primero, que aprender de memoria los aforismos y, luego, los comentarios. Un antiguo verso sánscrito dice: "Memorizar un texto es previo a y quizá más importante que entenderlo [desde la perspectiva pedagógica]". La idea es la siguiente: primero, copias el texto en tu mente y, después, te enfocas en él; el entendimiento te llegará después, como una luz. En este sistema, el texto viene primero y luego llega el *click*. Se promovía la transmisión oral de los textos, porque de esta manera los textos se grabarían en la memoria del alumno y, por otra parte, se protegerían de los forasteros. Así, en el modelo clásico indio aprender las cosas de memoria no era antagónico al entendimiento. Creo que los indios contemporáneos aún cargan este legado de la memorización, mucho tiempo después de haber abandonado el espíritu clásico indio del aprendizaje. Por eso están tan confundidos. Memorizan y ejecutan los algoritmos matemáticos, pero no esperan el *click* del entendimiento. De hecho, el examen de admisión para ingenieros más difícil de todo el planeta se lleva a cabo en la India cada año. La mayoría de los candidatos aprenden y memorizan muchas técnicas matemáticas y las aplican de manera –aunque muy inteligente– mecánica. En la India encontraremos a muchas personas así, que parecen máquinas para resolver problemas; pero quizá no encontremos a muchos matemáticos. Y esto podría ser el caso en muchas de las antiguas colonias de Europa Occidental. Tal vez no sea una buena idea comerse un helado Yorkshire Dales de la misma manera en que se come un burrito.

No podemos negar que, en el mundo de hoy, por *matemáticas* se entienden las matemáticas occidentales. Lo que acabo de mencionar de los problemas asociados con la pedagogía matemática en la India contemporánea podría aplicarse a muchas otras partes de nuestra aldea global. Quiero decir que la característica compartida es quizá la confusión provocada por cambiar del sistema pedagógico nativo al sistema occidental. Uno puede imitar el comportamiento del otro, aunque adoptar su espíritu puede ser más difícil. En este caso, es probablemente mejor que los no occidentales busquen el espíritu occidental de la pedagogía, que inicia con el entendimiento intuitivo de las materias, a que vivan con la confusión nativa. En 2007, la Fundación Nuffield llevó a cabo un estudio para revisar la literatura disponible de investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas en los niños. Uno de los resultados de este estudio es un trabajo de Anne Watson, que describe que hay mucha imaginación en el aprendizaje de las matemáticas. ¿Dónde existe, en la realidad, la proporción (x/y) o la diferencia ($x-y$) entre dos números? Creo que la pedagogía matemática debe basarse en las técnicas psicológicas que promueven la imaginación matemática. Afortunadamente, la imaginación matemática es diferente a la creativa, ya que existe algo objetivo y universal en la primera. Aprender matemáticas probablemente es aprender las maneras de imaginar las relaciones entre las cantidades matemáticas. Tales relaciones no existen en el mismo sentido que existe la Torre Eiffel. No obstante, son tan objetivas como la Torre Eiffel. Tanto *Torre Eiffel* como la *declaración* 4:2::16:8 son igualmente verdaderas para quien entiende el significado de estos términos. Es muy importante que el principiante aprecie que las verdades matemáticas sí existen en la mente de uno y, de hecho, en la mente de todos; uno las tiene que descubrir. Y este descubrimiento requiere una formación que ayude a que la imaginación crezca. En su momento, uno descubrirá un hecho maravilloso: que el mundo obedece las reglas matemáticas… nadie sabe por qué.

Nirmalya Guha
IIT, India

Referencias

Mehra, J. (1994). *The beat of a different drum: The life and science of Richard Feynman*. Oxford, Ingl.: Clarendon Press.
Watson, A. (2010). Key understanding in learning Mathematics. *Scottish Mathematical Council Journal*, *40*.

Presentación

Mathémata

Xicoténcatl Martínez Ruiz

Hay una preocupación mundial por el desempeño en las matemáticas, desde la formación básica hasta la educación media superior. En particular, llama la atención cómo el desarrollo de las habilidades matemáticas aplicadas a un contexto laboral y de transformación social impactará el desempeño de un joven que curse la educación terciaria y su acceso al mercado laboral. El diseño de la prueba PISA 2012 tiene una relevancia significativa para este número de *Innovación Educativa*, debido a su enfoque en las matemáticas como principal aspecto a evaluar. La sección de matemáticas de PISA se diseñó con una meta central en mente: hacer de ellas algo relevante para jóvenes de 15 años. Esto es, lograr que sean contenidos más claros y explícitos, en contextos significativos y reales (OCDE, 2013).

> Las matemáticas son una herramienta crítica para los jóvenes, que permiten enfrentar dificultades y retos en los aspectos personales, ocupacionales, sociales y científicos de su vida. (p. 24.)

El aprendizaje de las matemáticas en jóvenes estudiantes de educación media superior –como puede verse en nuestro tiempo– no es meramente un requisito curricular, sino una de las habilidades necesarias para el entendimiento y las interacciones cognitivas y laborales de las sociedades contemporáneas. De acuerdo con esta perspectiva, la evaluación entre los 14 y 16 años puede ser estratégica y proveer datos clave de cómo los estudiantes responden a situaciones de la vida que involucran aplicaciones prácticas de las matemáticas. En este sentido, la relevancia se extiende al impacto del aprendizaje de las matemáticas en el desarrollo de las habilidades de pensamiento. Si bien la noción de alfabetización matemática postulada en la prueba PISA es debatible, también muestra la necesidad de desarrollar habilidades matemáticas en estudiantes y, sobre todo, de aplicar tales habilidades en cierto contexto donde adquieren significado. El cultivo de habilidades matemáticas tiene, por ello, relevancia por su enfoque en las experiencias dentro del salón de clases y su vínculo con la vida cotidiana; es decir, queda fuera la visión fragmentada entre ambos espacios y se sobrepone su continuidad. La idea de alfabetización matemática es definida como:

> La capacidad de un individuo de formular, utilizar e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar de manera matemática y utilizar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticos, para describir, explicar y pronosticar fenómenos. (OCDE, 2013, p. 25.)

La noción de alfabetización matemática también nos lleva a considerar otras causas del bajo desempeño de algunos sistemas educativos en el mundo: las variables regionales tendrán que considerar los aspectos humanísticos no siempre incluidos. Enseguida se esboza uno de ellos.

El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

¿Qué hay en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas que hemos olvidado? ¿Qué permite a alguien interpretar una situación de la vida y saber utilizar un referente matemático para solucionarla, entenderla o analizarla? ¿Cuáles son esos puentes entre vida y pensamiento matemático de los jóvenes de nuestro tiempo? Considerar la manera en que un estudiante se apropia de las matemáticas requiere de un enfoque particular en el lenguaje y las situaciones cotidianas que configuran puentes entre el aprendizaje y la vida. Este enfoque envuelve contextos cotidianos interconectados y la solución de problemas; asimismo, indica la activación de habilidades para interpretar una situación y ofrecer una respuesta a un determinado problema. Aunque está a la vista, es difícil expresar un enfoque así en unas cuantas líneas; sin embargo, una de las claves está en considerar cómo al generarse la apropiación fragmentada del mundo, mediante disciplinas desarticuladas entre sí, también ocurre un alejamiento de los aspectos vitales.

Toda esa vasta literatura de cifras, gráficas, análisis, rankings sobre el desempeño en matemáticas de cada sistema educativo, además de proveer comparativos, también es un ejemplo de las capas más densas de nuestro tiempo que superponemos a la naturaleza educativa. Si bien son parte de nuestro entendimiento y de las dinámicas contemporáneas llevan un riesgo inherente cuando se asumen de manera acrítica, porque pueden usarse para descalificar, fragmentar o construir lo que en el mundo griego se llamaba *lethos* (velos que distorsionan o impiden ver la realidad y las causas de algo). Los resultados de la prueba PISA han de considerarse de manera crítica, de modo que permitan un ejercicio regional con un enfoque central en las causas y en el contexto multifactorial que existe no solo en cada país, sino en la diversidad regional. La relevancia de un enfoque crítico de la prueba PISA en el área de las matemáticas reside en evitar el reduccionismo comparativo y tajante, capaz de descalificar la diversidad de un país. Por ello, podemos considerar un enfoque crítico en las causas y, así, aproximarnos de manera no reduccionista a los resultados de esta evaluación a lo largo de una década.

La aproximación crítica a los resultados de PISA permite formular la siguiente pregunta: ¿cómo logramos hacer significativos los contenidos matemáticos para jóvenes de 15 años? Es aquí donde puede ser significativo indagar ¿qué hay en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas que hemos olvidado? Hay una gran preocupación contenida en esta pregunta, a saber: cómo se entrelazan el entendimiento de la realidad, el desarrollo del pensamiento y las capacidades críticas.

La implicación de esto es ineludible: cuando miramos el futuro de los estudiantes en un ambiente donde la información y el desarrollo tecnológico exigen un razonamiento matemático, íntimamente conectado con las bases del pensamiento crítico –por lo cual se aleja diametralmente de la repetición mecánica–, cobra sentido la dimensión humanística y creativa del aprendizaje de las matemáticas, como se menciona en el estudio *Art for Art's Sake*? (OCDE, 2013):

> Una amplia base de datos correlacionales en Estados Unidos de América revela que los alumnos que participan en una gran cantidad de cursos de arte (probablemente una mezcla de tipos de cursos de arte) tienen logros educacionales más altos (medidos por calificaciones en las escuelas y en exámenes estandarizados de habilidades verbales y matemáticas). (p. 17.)

Dimensionar la importancia de esta implicación reside, en gran medida, en la relación del aprendizaje de las matemáticas con el cultivo de otras capacidades de tipo humanístico y artístico, incluso en algo muy concreto, como la argumentación y su función social.

A todo esto subyace algo previo: en el corazón de la pregunta inicial –¿qué hay en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas que hemos olvidado?– reside la sugerencia que da pie a una preocupación contenida en este número; a saber, el aspecto más simple del pensamiento matemático ha sido soslayado. Es decir, en las diferentes culturas donde identificamos el desarrollo del pensamiento matemático, éste fue parte integral de la vida, de la explicación del universo y, en algunos casos, como la *thyasa* pitagórica, fue el eje en el que se desarrollaba una forma de vida que buscaba la integración del ser humano con su entorno por medio de la razón numérica. Hoy, en las escuelas se busca la formación en matemáticas medible y sin margen de error, síntomas de nuestro tiempo que son inaplazables; pero esto hace que la formación sea más automatizada y menos reflexiva.

Este aspecto de integración de la vida con un entendimiento del universo está en la práctica de quien aprende algo *mathémata*. Esto mismo lo vemos en la matemática de la India, que pudo concebir algo como el cero, y cuyos antecedentes están en las nociones de vacío (*śūnya*) y cielo (*ākāśa*). El matemático Brahmagupta logró simbolizar esas nociones en el cero alrededor del siglo VII. Por su parte, en el mundo maya también se desarrolló la noción del cero, para cómputos calendáricos, pero no en ecuaciones. En el caso del desarrollo de las matemáticas en la India, las diversas fórmulas se incorporaron mediante expresiones poéticas en sánscrito, cuya recitación generaba un estado de atención continua, similar a las habilidades cultivadas en la escuela de Pitágoras con los acusmáticos, estudiantes que lograban desarrollar habilidades de escucha como preparación para el *status* de quien aprende, *mathémata*, algo susceptible de ser enseñado.

Probablemente, lo que hemos olvidado está en el corazón mismo del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas como ejercicio de vida y entendimiento de la realidad –en cierto sentido olvidado– y activamente practicado por Pitágoras de Samos (570-495 a. E. C.). Él practicó ejercicios de ascesis, que fueron la base de la práctica desinteresada de lo que el mundo griego identificó como ciencia *episteme*. Son relevantes los ejercicios donde confluyeron lo cotidiano y la disciplina de no fragmentar irremediablemente lo teórico de lo práctico (Eggers, 1998). Pitágoras utilizó términos esenciales para nuestro entendimiento contemporáneo del mundo, tales como *kosmos*, *philia*, *mathémata*, entre otros. Para Aristóteles, los pitagóricos consideraron los números como un principio fundamental de las cosas (*Metafísica*, p. 89). El desinterés científico y la forma de vida pitagórica fueron más allá de la obviedad numérica o la memorización mecánica. Pitágoras introdujo ideas y valores que han impregnado el pensamiento matemático durante más de dos milenios, entre ellas, la idea de un mundo y su órden inteligible por los números.

Nuestro tiempo vive la especialización del conocimiento científico; entre sus dimensiones está la fragmentación del entendimiento que se tiene de la realidad. Esto condiciona de diversas maneras el modo en que entendemos la formación en matemáticas en los diferentes niveles educativos si no vemos una construcción integral del mundo. La especialización es necesaria en la dinámica de nuestras sociedades contemporáneas, sin embargo, a esa necesidad subyace otra que estaba antes: el entendimiento unitario de la realidad y de nuestra existencia. Habría que recuperar y considerar la complejidad de las preocupaciones que hoy tenemos y son similares a las preguntas del mundo griego, el reto que tenemos está en las respuestas que hoy ofrecemos a problemáticas educativas y culturales para lo que hoy enfrentamos, especialmente su relevancia para el mundo que tendremos en las próximas décadas.

El número 62

La sección temática de este número de *Innovación Educativa*, “El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas”, surgió de una preocupación compartida con diversos países: el aprendizaje y el lugar de las matemáticas en la formación. El tema no es nuevo, más bien es una continua interrogación. La pregunta sobre el aprendizaje de las matemáticas se inscribe en un escenario dinámico y en un referente que es la historia del pensamiento matemático en diversas geografías. El esfuerzo editorial vertido en el número 62 lleva un sello de reflexión y de reconocimiento. Digo reflexión, porque es apertura para pensar críticamente otras maneras de entender el pensamiento matemático provenientes de tradiciones no occidentales. Estudiar sistemáticamente otras tradiciones de pensamiento contribuye a reaproximarnos a las experiencias primigenias de aplicación de las matemáticas y, en particular, a entender cómo ocurre la construcción de un pensamiento matemático cada vez más complejo a lo largo de la historia.

Por otra parte, digo reconocimiento, y me refiero a cómo una institución educativa autoreflexiona y genera una conciencia que revitaliza las ideas y propuestas de sus propios académicos. Este es el caso de la reflexión indispensable en torno a la propuesta de la Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC), de Patricia Camarena Gallardo, profesora e investigadora del Instituto Politécnico Nacional de México. Tres décadas muestran la vigencia de las ideas contenidas en la MCC; la distancia es uno de los ingredientes del indispensable reconocimiento de una institución educativa de las ideas y propuestas de sus propios académicos. Este reconocimiento se centra en el mecanismo que anima y da vigencia a las ideas, a saber: la reflexión crítica, opuesta diametralmente a la seducción fútil. En este número, sirva la reflexión crítica para ofrecer un reconocimiento a la trayectoria de la propuesta de Patricia Camarena, porque fue una respuesta, hace 30 años, a la misma preocupación que hoy formulamos y sigue vigente. Sin más, este número de *Innovación Educativa* abre la discusión con el artículo de Camarena Gallardo, titulado "A treinta años de la teoría educativa: Matemática en el Contexto de las Ciencias".

Referencias

Aristóteles (1994). *Metafísica*. Madrid, Es.: Editorial Gredos, Biblioteca Clásica Gredos.

Eggers, C., y Julia, V. (1998). *Los filósofos presocráticos* (vol. I). Madrid, Es.: Ed. Gredos, Biblioteca Clásica Gredos.

OCDE (2013). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, OECD Publishing. Recuperado el 28 de julio de 2013 de: http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

Winner, E., Goldstein, T., y Vincent-Lancrin, S. (2013). *Art for Art's Sake?: The impact of arts education*. París, Fr. Educational Research and Innovation, OECD Publishing. Recuperado el 23 de agosto de 2013 de: http://dx.doi.org/10.1787/9789264180789-en

[ALEPH]

A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el Contexto de las Ciencias"

Patricia Camarena Gallardo
Instituto Politécnico Nacional

Resumen
Para poder expresar qué ha ocurrido en los treinta años de existencia de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC), en el presente escrito se hace un recuento de cómo inicia la construcción de esta teoría, qué es, qué impacto ha causado en los sectores educativo y social, qué áreas del conocimiento aborda, en qué profesiones incide y en qué niveles educativos se ubica. Se menciona que la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias nace en el nivel superior y se lleva a los niveles educativos que le anteceden, se genera en las ingenierías y se extiende a otras profesiones de áreas biológicas y económico-administrativas, entre otras. Asimismo, la teoría en cuestión se extrapola a otras ciencias, constituyéndose la teoría de las Ciencias en Contexto.

Palabras clave
Matemáticas en el Contexto de las Ciencias, didáctica, cognitivo, epistemológico, curricular, docente.

From thirty years of the Mathematics in the Context of Sciences educational theory

Abstract
In order to express what has happened in the thirty years since the creation of the theory of Mathematics in the Science Context (MSC), the present paper surveys how the construction of this theory began, what it is, what impact it has had on the educational and social sector, which areas of knowledge it addresses, which professions it influences, and in which educational levels it is found. We mention that the theory of Mathematics in the Science Context appeared in higher education and was taken to the preceding educational levels; it was generated in the engineering fields and has extended to other professions in biological and economic-administrative areas, among others. Additionally the theory in question is extrapolated from other sciences, establishing the theory of Science in Context.

Keywords
Mathematics in the Context of Sciences, didactic, cognitive, epistemological, curricular, professorate.

Recibido: 22/07/13
Aceptado: 18/08/13

Introducción

A treinta años de la teoría educativa de la Matemática en el Contexto de las Ciencias es el tema del presente documento. Treinta años se dice fácil, pero ha sido un largo y feliz trayecto de investigación educativa con el propósito de contar con fundamentos teóricos e insumos que apoyen la práctica docente de calidad, entre otras actividades.

Para comprender en toda su magnitud la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, recordemos que a lo largo de la historia la preocupación por la enseñanza y el aprendizaje en el medio educativo se inició en el nivel básico (preescolar y primaria), por donde pasa todo ser humano y donde se asientan las bases del saber de las personas, ya sea conocimiento científico, habilidades, actitudes o valores. Los psicólogos educativos, pedagogos, educadores y demás personas vinculadas con la educación tienen preocupaciones en este nivel educativo, las cuales se abordan desde el campo empírico y el de la investigación educativa científica.

En este sector de personas se han desarrollado teorías educativas del aprendizaje para el nivel básico, entre las que se localizan la teoría de Piaget (1991), con su enfoque epistemológico genético, y la de Vygotsky (1978), centrada en la interacción sociocultural. Existen marcos conceptuales para otros niveles educativos, incluido el básico; sin embargo, no son considerados como teorías estructuradas, pero de alguna forma se vinculan con estas dos teorías.

Debido a la ausencia de teorías educativas estructuradas para los niveles educativos medio superior y superior, las teorías del nivel básico se toman y adaptan a estos niveles educativos según el sentir de cada autor. Asimismo, la falta de teorías específicas para el nivel superior hace que los investigadores tomen teorías generales de otras áreas del conocimiento para aplicarlas y adaptarlas en este nivel educativo. Ejemplo de ello son la teoría del caos, la teoría de sistemas, las teorías neoinstitucionales, la teoría de la complejidad, entre muchas otras.

Aunado a lo anterior, la investigación educativa se puede clasificar en varias áreas, como las establecidas por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) y se puede abordar, burdamente hablando, desde una perspectiva general o particular. La perspectiva general es aquella que incide en temáticas que afectan a una institución educativa desde una mirada global, como la política educativa, los modelos educativos y académicos, etcétera; mientras que la perspectiva particular es específica de un sector de la institución, como el aprendizaje de las ciencias básicas o el diseño curricular de áreas de la biología o de las ingenierías, entre otras.

Se ha observado que, en la perspectiva general, en el sentido en que se ha descrito el término, las investigaciones educativas pueden ser abordadas con teorías que no son propias de la educación, como las mencionadas dos párrafos arriba. El caso de las investigaciones educativas en el nivel superior, desde una perspectiva particular, se abordan con teorías que no son propias de este nivel educativo, o bien con teorías generales; es decir, que no son específicas de algún nivel educativo ni propias de ninguna ciencia en particular –como teorías del aprendizaje, teorías pedagógicas, teorías curriculares, etcétera–, debido a que no se identifica una teoría propia para el nivel superior. Insistimos en el aspecto del nivel educativo, porque en cada uno de ellos existen problemáticas propias y elementos que las caracterizan, de modo que las soluciones, procesos y medios no son idénticos en cada nivel educativo y muchas veces ni siquiera del mismo estilo.

Desde otro punto de vista, en relación a los egresados de las instituciones de educación superior, cabe resaltar lo que diferentes medios han mencionado de diversas maneras sobre la preocupación por los egresados de ingeniería, a quienes les es muy difícil establecer el vínculo entre la matemática y la ingeniería. Dicho de otra manera, les es difícil desarrollar la modelación matemática y todo lo que conlleva la matemática en la ingeniería, ya que es un tema que, aunque está establecido en la mayoría de los objetivos de los currículos de ingeniería, queda en tierra de nadie, porque prácticamente ningún programa de estudio de matemáticas o de otras asignaturas de la ingeniería lo incorporan de manera explícita; es decir, la modelación matemática es un tema que forma parte del currículo oculto (Camarena, 2009).

Tomado en cuenta los puntos antes mencionados, y principalmente el que las matemáticas, en general las ciencias básicas, tienen una función específica en cada nivel educativo, nace la teoría educativa de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC) para el nivel superior.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias ha sido desarrollada desde hace aproximadamente treinta años y, a la distancia, surgen reflexiones acerca de qué avances ha tenido, qué ha pasado durante estos treinta años, qué impacto ha dejado. Para dar cuenta de lo acontecido con esta teoría en este período de consolidación y extensión, se abordan los siguientes cuestionamientos, tratados en los dos bloques que forman parte del cuerpo del presente reporte.

1. *Evolución de la teoría de la MCC.* En este bloque se abordan inquietudes sobre cómo inicia la teoría, qué es y qué aporta.
2. *Los sectores educativo y social que ha impactado la teoría de la MCC.* En este bloque se trata de dar respuesta a interrogantes como las siguientes: en qué sentido ejerce su impacto la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, en qué niveles educativos incide, qué áreas del conocimiento afronta, cómo se ha expandido, cómo inicia la Red Macociencias, qué tipo de trabajo se desarrolla en

esta red, cómo se construyen y gestionan los saberes en la Red Macociencias.

1. Evolución de la teoría de la MCC

La teoría educativa de la Matemática en el Contexto de las Ciencias nació en 1982, en el Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México; se enfoca en las carreras universitarias donde la matemática no es una meta en sí misma, es decir, donde no se van a formar matemáticos (Camarena, 1984, 1999, 2008; De Pavía, 2006; García, 2000; Muro, 2004; Muro y colaboradores, 2002; Olazábal, 2005; Trejo, 2005).

La Matemática en el Contexto de las Ciencias reflexiona acerca del vínculo entre la matemática y otras ciencias, situaciones profesionales, laborales y actividades de la vida cotidiana. Se quiere construir en el estudiante una matemática para la vida, es decir, una matemática que lleve al individuo a actuar de manera razonada, lógica, analítica, tomando en cuenta todas las variables que afectan los problemas y situaciones que se presentan en su actividad laboral y profesional, así como en su vida diaria, al lado de sus familiares, colegas y amigos.

Por otro lado, como lo menciona Ausubel (1990) en el caso de los niños, por medio de la teoría también se ha identificado que la enseñanza tradicional genera conocimientos aislados y sin significado para el estudiante, pues carecen de sentido las materias que estudian. Dicho de otro modo, se observa el divorcio entre las matemáticas y sus aplicaciones o uso en la ciencia que sustenta, convirtiéndose en una de las grandes causas de la irregularidad escolar en esta área y del bajo nivel académico del egresado, ya que la realidad del ingeniero en ejercicio se presenta como el enlace entre la matemática y la ingeniería en cuestión (Camarena, 1990; Muro, 2000; Rojas, 2008; Sauza, 2006; Trejo y colaboradores, 2011). Asimismo, se ha identificado que los problemas de la sociedad, en particular de los ingenieros, se presentan respecto de los conocimientos integrados; es decir, que son problemas de tipo interdisciplinario. Ésta es una situación que aborda la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se desarrolla por medio de la investigación científica, en la línea de investigación denominada Matemática Social. Con ella se pretende que el profesor de matemáticas contribuya con su práctica docente a la formación integral del futuro profesionista. Asimismo, esta teoría genera una línea de pensamiento que transita hacia los conocimientos integrados, incidiendo en la interdisciplinariedad dentro del ambiente del aprendizaje (Camarena, 2002a; Flores y colaboradores, 2012; Muro, 2004; Olazábal y colaboradores, 2003; Trejo y colaboradores, 2011) que hace reflexionar sobre: las matemáticas para qué, por qué dar matemáticas, qué dar de matemáticas, qué se persigue con estos cursos, en qué hay que enfatizar, qué tanta práctica ofrecer, cuánta algorítmica, o cuánta matemática formal, cuándo dar matemáticas, cómo impartirla, a quién impartírsela, quién debe impartir la matemática, qué le aporta al individuo, qué habilidades matemáticas se tienen que desarrollar, de qué manera contribuye a la formación integral del estudiante y a las competencias del profesionista. Dicho de otro modo, no se trata de impartir cursos de matemáticas por la matemática misma, o porque sea un tema establecido en los programas de estudio de una profesión: se trata de reflexionar sobre todas las interrogantes arriba expuestas, de modo que la matemática tenga sentido para el estudiante, que tenga aplicación en la praxis social de su profesión, construya el conocimiento, desarrolle en él habilidades del pensamiento, y que su comportamiento sea para el bien de la sociedad y de sí mismo (Camarena, 1984, 1999).

Con las reflexiones anteriores en mente, la teoría inició tratando de contestar las preguntas que surgen en el salón de clases, donde los estudiantes exclaman: "¿por qué vamos a estudiar este tema?", "¿para qué nos va a servir?", "¿dónde la vamos a utilizar?", etcétera. Estas interrogantes reflejan la angustia que la matemática causa a los estudiantes, como si fuera la pastilla amarga que tienen que tragar, ya que no le ven sentido en su vida escolar ni cotidiana, que es lo que conocen cuando son alumnos. Además, en algunas ocasiones los docentes de matemáticas tratan de explicar que las usarán en tal o cual tema de su futura profesión, o que es un tema que les ayudará en su vida profesional –sin aclarar cómo o cuándo–, o simplemente que están establecidas en el programa de estudios y se tienen que cubrir.

En 1982, motivados por los cuestionamientos de los estudiantes y el interés del profesor de que el estudiante construya el conocimiento matemático y de que éste sea significativo para el alumno en el sentido planteado por Ausubel y colaboradores (1990), los creadores de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias empezaron a platicar con docentes, ingenieros de profesión, para saber qué usan de la matemática y cómo la aplican. Se encontraron con una comunicación poco clara, ya que la formación de los docentes de matemáticas, exclusiva en matemáticas, y la formación no matemática de los profesores de ingeniería impiden dialogar con los mismos conceptos. Así identificaron la necesidad de abordar, de manera objetiva y científica, las interrogantes que yacían en el sentir de los profesores, con lo cual desarrollaron una metodología para diseñar programas de estudio de matemáticas (en general, de ciencias básicas) en ingeniería. Esta metodología se conoce como Dipcing (Diseño de Programas de Estudio en Carreras de Ingeniería) (Camarena, 1984, 2002b).

Con la aplicación de esta metodología comenzaron a entender qué hace la matemática en la ingeniería, para qué la usan, dónde la usan y cómo, entre otras cuestiones.

Uno de los grandes aportes de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias es la metodología Dipcing, ya que, hasta donde se sabe, es única en el mundo. Como fue mencionado, hay metodologías generales para cualquier currículo, pero no toman en cuenta las características (enfoques, funciones, vinculaciones, significancia) de las ciencias con las que se trabaja, punto de aporte del Dipcing.

Una vez conocidos los contenidos matemáticos, por medio de Dipcing, que deben ser incorporados al currículo de los estudios de la ingeniería en tratamiento, el siguiente punto fue cómo impartir esos temas matemáticos, los cuales generan contenidos interdisciplinarios. Así nació la estrategia didáctica de la matemática en contexto (Camarena, 1987, 1993). Con este inicio se abrieron caminos, perspectivas, inquietudes y motivaciones para continuar con investigaciones educativas que incidan en cada elemento que interviene en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula. A grandes rasgos, es así como las investigaciones posteriores dieron pie para ir estructurando un todo que desembocó en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.

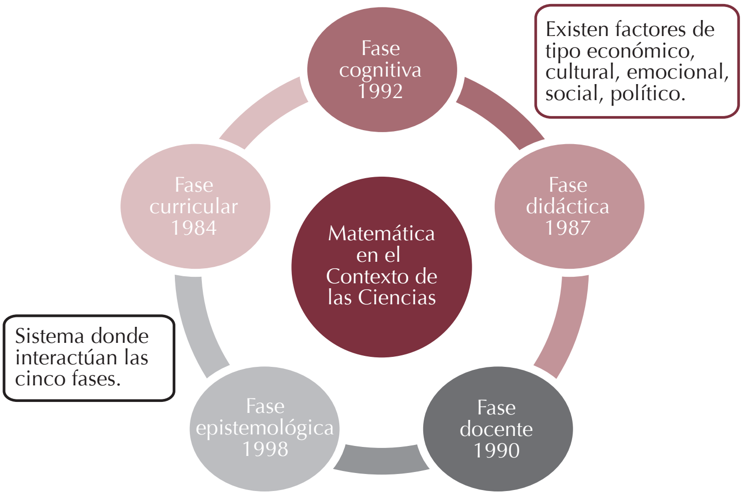
La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se fundamenta en los siguientes tres paradigmas (Camarena, 1984, 1995, 1999):

- La matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa para los profesionistas.
- La matemática tiene una función específica en el nivel universitario.
- Los conocimientos nacen integrados.

El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren, y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, así como la formación integral del estudiante.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias toma el proceso del aprendizaje y la enseñanza como un sistema en el que intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, desarrollada desde 1984; didáctica, iniciada desde 1987; epistemológica, abordada en 1988; docente, definida en 1990; cognitiva, estudiada desde 1992 (Camarena, 1984, 1990, 1999, 2004, 2006, 2008; De Pavia, 2006; Flores y cols., 2012; García, 2000; Gibert y cols., 2010; González y cols., 2011a, 2011b; Hernández, 2009; Herrera y cols., 2003; Muro, 2002, 2004; Neira, 2012; Olazábal, 2005; Sauza, 2006; Suárez y cols., 2000; Trejo, 2005) (véase la gráfica 1). Además, en este sistema del ambiente del aprendizaje se presentan factores de tipo emocional, social, económico, político y cultural (Camarena, 1999, 2002a, 2003a; 2004; González y cols., 2011a; Ramírez y cols., 2005). Las cinco fases no están aisladas unas de las otras, y tampoco

Gráfica 1. Fases de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.



son independientes de las condiciones sociológicas de los actores del proceso educativo, pero para exponer la teoría es necesario fragmentarla en estas fases. Todas ellas son necesarias para que se cumpla el supuesto filosófico planteado; además, todas se relacionan entre sí, ninguna es ajena a las demás. Como teoría, en cada una de las fases se incluye una metodología con fundamento teórico acorde con los paradigmas en los que se sustenta, donde se exponen los pasos a seguir para el diseño curricular, se describe la didáctica del contexto para la matemática, se explica el funcionamiento cognitivo de la interdisciplinariedad en los alumnos y se proporcionan elementos epistemológicos acerca de los saberes matemáticos sociales vinculados a las actividades de los profesionistas, entre otros aspectos.

Las cinco fases de la teoría, como fue mencionado, nacen como necesidad para abordar las inquietudes que no han sido aclaradas en el sistema educativo para las ciencias específicas del conocimiento en el nivel superior.

Para seguir aportando, mejorando y actualizando la teoría se investigan aspectos específicos de cada fase, sin despreciar el hecho de que todas ellas interactúan entre sí y deben controlarse las que no se aborden en el momento de investigar una en particular. A continuación se describe, brevemente, cada una de las cinco fases.

Fase curricular

La fase curricular de la teoría de la MCC posee la metodología Dipcing, para diseñar programas de estudio de matemáticas en carreras de ingeniería (Camarena, 1984, 2002b). La metodología se fundamenta en el siguiente paradigma educativo: con los cursos de matemáticas el estudiante trabajará con una matemática para el ámbito social de su futura profesión y poseerá los elementos y herramientas que utilizará en las materias específicas de su carrera; es decir, las asignaturas de matemáticas no son metas por sí mismas; sin dejar a un lado el hecho de que la matemática debe ser *formativa* para el alumno.

Asimismo, la premisa alrededor de la cual gira la metodología es: el currículo de matemáticas para ingeniería debe ser objetivo, es decir, un currículo fundado sobre bases objetivas.

Para cumplir con la premisa dentro del marco del paradigma educativo planteado se propone una estrategia de investigación que gira en torno a contenidos matemáticos para las ciencias y el ámbito social de la profesión, la cual consta de tres etapas:

1. *Etapa central.* Hacer un análisis de los contenidos matemáticos, tanto explícitos como implícitos, en los cursos específicos de la ingeniería.
2. *Etapa precedente.* Detectar el nivel de conocimientos matemáticos que tienen los alumnos al ingresar a la carrera.
3. *Etapa consecuente.* Efectuar una encuesta a los ingenieros en ejercicio sobre el uso de la matemática en su praxis profesional.

Etapa central

En la etapa central se hace un análisis de los contenidos matemáticos, tanto explícitos como implícitos, que estén inmersos en los cursos específicos de la profesión. Para ello se identifica:

- El enfoque de cada tema.
- La profundidad de cada tema.
- La notación con la que se describe.
- Las aplicaciones.

Lo anterior deja en claro qué se necesita de las matemáticas en la ingeniería, en qué temas de la ingeniería se usan y cómo se usan. A los contenidos detectados se les debe agregar el contenido matemático necesario para formar la estructura lógica del conocimiento, cuidando que sea sensata la impartición del tema, y los temas que den una estructura formal; esto último dependerá de lo que se persiga y el tiempo disponible para saber qué tanto agregar.

Con esta etapa se establece el vínculo curricular entre las asignaturas del mapa curricular (gráfica 2). Esta clase de vinculación apoya la formación integral del estudiante, ya que la matemática estará integrada a la ingeniería.

Etapa precedente

En la etapa precedente se detecta el nivel de conocimientos matemáticos que tienen los alumnos al ingresar. Con los contenidos

Gráfica 2. Vínculo entre las matemáticas y las áreas de la ingeniería.

Matemáticas ←→ Ciencias Básicas
Matemáticas ←→ Ciencias de la ingeniería
Matemáticas ←→ Especialidades de la ingeniería

matemáticos identificados y la experiencia matemática y docente de los profesores se determinan los prerrequisitos de matemáticas necesarios para establecer los amarres a las estructuras cognitivas, y se procura que los conocimientos tiendan a ser significativos para el alumno, en el sentido planteado por Ausubel (1990).

De los prerrequisitos se seleccionan los que se supone que estudió el alumno en sus cursos de nivel medio superior. Los demás contenidos y aquellos del bachillerato en los que los alumnos presentan deficiencias se incorporan como cursos propedéuticos.

Con la actividad de la etapa precedente se establece el vínculo curricular entre el nivel medio superior y el superior, es decir, entre el nivel de bachillerato y el universitario.

Esta vinculación entre niveles educativos permite definir el perfil de ingreso del estudiante al área de Matemática en el nivel superior y contribuir a definir el perfil de egreso en Matemática del nivel medio superior.

Etapa consecuente

En esta etapa se identifican las competencias laborales y profesionales de los egresados en ejercicio de la profesión, centrándose en el uso que hacen de las matemáticas en su praxis profesional. Para tal efecto se llevan a cabo entrevistas y se aplican cuestionarios a los ingenieros en ejercicio que estén realmente fungiendo como tales, ingenieros que estén "diseñando", esto con el propósito de determinar las competencias matemáticas, tanto laborales como profesionales, de la ingeniería.

Los resultados de la etapa consecuente permiten jerarquizar mejor la importancia que debe darse a los contenidos matemáticos en el currículo. Además, se establece el vínculo curricular entre la escuela y la industria, así como entre los niveles de licenciatura y posgrado.

Con la metodología se obtiene un vínculo curricular interno entre la matemática y las asignaturas de las ciencias básicas, la matemática y las ciencias de la ingeniería, así como entre la matemática y las especialidades de la ingeniería. También se logra la relación curricular externa, donde se vincula el nivel medio superior con el superior, el nivel superior con el de posgrado y, finalmente, la escuela con la industria, tomando como eje rector la matemática (véase el gráfica 3).

Con el Dipcing se identifican las competencias matemáticas, sin embargo, en la época en que se generó esta metodología no

Gráfica 3. Dipcing: vínculo curricular interno y externo de las matemáticas en ingeniería.

Vinculación curricular interna

Matemáticas ←→ Ciencias Básicas

Matemáticas ←→ Ciencias Básicas de la ingeniería

Matemáticas ←→ Especialidades de la ingeniería

Vinculación curricular externa

Nivel medio superior ←→ Nivel superior

Nivel superior ←→ Nivel de posgrado

Escuela ←→ Industria

existía el término "competencias". Asimismo, el Dipcing proporciona contenidos interdisciplinarios y compete al docente de matemáticas cómo contextualizarlos y descontextualizarlos.

Fase didáctica

La fase didáctica de la MCC contempla un modelo didáctico matemático (Modimaco) (Camarena, 1984, 1999, 2003a) dirigido hacia la praxis social, que fomenta la construcción del conocimiento en el alumno y el desarrollo de las habilidades para la transferencia del conocimiento matemático a las áreas sociales que la requieren. Éste incluye tres bloques que permiten trabajar los ejes rectores del modelo, que son la contextualización y la descontextualización, donde la contextualización implica la interdisciplinariedad de diversas áreas del conocimiento (Camarena, 1999, 2004, 2006; Flores y cols., 2012).

El Modelo Didáctico de la Matemática en Contexto (Modimaco)

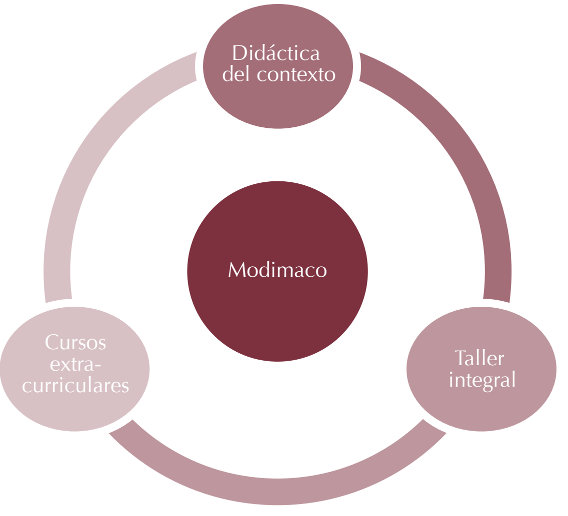
El Modimaco, como se ha mencionado, está formado por tres bloques (gráfica 4), que también apoyan la formación integral del estudiante y el desarrollo de competencias en el contexto de la ingeniería, a saber:

1. En clase, usar la estrategia didáctica del contexto.
2. Implementar cursos extracurriculares.
3. Implementar un taller integral e interdisciplinario.

Didáctica del Contexto del Modimaco

En el primer bloque, y en el ambiente de aprendizaje, se implementa la estrategia didáctica del contexto, denominada Matemáticas en Contexto (Accostupa, 2009; Alvarado, 2008; Camarena, 1984, 1987, 1995, 2003a; Cervantes, 2008; García, 2000; Hernández, 2009; Muro, 2000, 2004; Sauza, 2006; Suárez y cols., 2000; Trejo, 2005;

Gráfica 4. Bloques del Modimaco.



Vite, 2007). La estrategia consiste en presentar al estudiante una matemática interdisciplinaria, contextualizada en fuentes de tipo científico y social, en las áreas del conocimiento de su futura profesión en estudio, en actividades de la vida cotidiana y en actividades profesionales y laborales, todo ello mediante eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas o proyectos. En general, hablar de la Matemática en Contexto es desarrollar la teoría matemática según las necesidades y ritmos que dictan los cursos y praxis de la ingeniería. De hecho, la Matemática en Contexto posee, de manera explícita, los dos ejes rectores de la contextualización y la descontextualización.

Los eventos contextualizados poseen varias funciones: diagnóstica, motivadora, para introducir un concepto nuevo, de construcción de conocimientos, evaluadora, etcétera. Los eventos contextualizados se clasifican según la visión que se les otorgue en la didáctica; en todos los casos se comportan como entes integradores de disciplinas, los cuales los convierten en herramientas del trabajo interdisciplinario en el ambiente del aprendizaje (Camarena, 1999).

La Matemática en Contexto contempla nueve etapas, que se desarrollan en el ambiente del aprendizaje en equipos de tres estudiantes: líder académico, líder emocional, líder de trabajo.

1. Identificar los eventos contextualizados.
2. Plantear el evento contextualizado.
3. Determinar las variables y las constantes del evento.
4. Incluir los temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para desarrollar el modelo matemático y la solución del evento.

5. Determinar el modelo matemático.
6. Dar la solución matemática del evento.
7. Determinar la solución requerida por el evento.
8. Interpretar la solución en términos del evento.
9. Presentar una matemática descontextualizada.

De las etapas mencionadas se tienen dos observaciones: una, referida a la planeación didáctica y, otra, a la modelación matemática. Es importante hacer notar que los puntos 4 y 9 son rubros donde la descontextualización está presente, a diferencia de los demás, que se centran en la contextualización. Los puntos 4 y 9 requieren de una planeación didáctica específica, en la que el docente diseñe actividades didácticas guiadas por elementos, como los que se exponen en los siguientes ejemplos: Tránsito entre los diferentes registros de representación (Camarena, 2002a; Duval, 1999; Trejo 2005); Tránsito del lenguaje natural al matemático y viceversa (Olazábal 2005; Olazábal y cols., 2003; Neira, 2012); Desarrollo de habilidades heurísticas, metacognitivas, del pensamiento, argumentativas, para conjeturar y partir de supuestos, y bloqueo de creencias negativas (Camarena, 2003b, 2004; De Pavia, 2006; Herrera, y cols., 2003; Nickerson y cols., 1994); Búsqueda de analogías; Identificación de nociones previas (Dávila, 2003); Identificación de obstáculos (Carmona y cols., 2002); Desarrollo de habilidades operativas de los conceptos matemáticos; Uso de la tecnología electrónica como mediadora en el aprendizaje (Calderón y cols., 2002; García, 2003; Luis, 2004).

Cursos extracurriculares del Modimaco

En el segundo bloque se implementa un curso extracurricular donde se llevan a cabo actividades para desarrollar habilidades del pensamiento, habilidades metacognitivas, habilidades para aplicar heurísticas al resolver eventos contextualizados, así como actividades para bloquear creencias negativas. Se formula como complemento a la resolución de eventos contextualizados en el ambiente del aprendizaje (Camarena, 1999, 2004, 2006).

La resolución de eventos contextualizados toma como herramienta la solución de problemas y el aprendizaje basado en proyectos, con lo cual afloran las heurísticas, las habilidades del pensamiento, la metacognición y las creencias (Camarena, 2003b; De Bono, 1997; Herrera y cols., 2003; Nickerson y cols., 1994; Polya, 1976; Santos, 1997).

A las estrategias para abordar un problema en las diferentes partes del proceso de la resolución se las denomina heurísticas. El padre de las heurísticas fue Polya (1976), quien mediante preguntas, como las que se muestran a continuación, guía la resolución de problemas: ¿con qué cuento?, ¿qué me preguntan?, ¿qué tipo de datos tengo?, ¿tengo condicionantes?, ¿cuáles son variables en mi problema y cuáles son constantes?, ¿se podrá ver para casos particulares y después resolverlo para cualquier caso?, ¿qué problema que ya he resuelto se parece a este?, ¿cuál es la generalización del problema para ver si es más fácil de abordar?, ¿qué analogías, semejanzas puedo encontrar con otros problemas?, ¿puedo plantearlo de manera diferente para poder abordarlo?, etcétera.

La metacognición es la parte del individuo que está consciente de su propio conocimiento, que sabe si tiene o no todos los elementos cognitivos para resolver un evento contextualizado o si tiene que buscar en libros o consultar a personas, etcétera. (De Bono, 1997; Herrera y cols., 2003). Cuando la persona está en el proceso de resolver un evento contextualizado la metacognición es el elemento que se encarga de que el individuo se pregunte a sí mismo si va por buen camino o no; es decir, hace que busque contradicciones, incongruencias o elementos que le den la pauta para determinar si va bien. En la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias esto se denomina "puntos de control de error" (Camarena, 1999). También la metacognición está presente cuando el individuo se dispone a verificar si el resultado obtenido satisface o no el evento contextualizado planteado.

Las habilidades del pensamiento ayudan al entendimiento de las ciencias y, a su vez, las ciencias ayudan a desarrollar las habilidades del pensamiento del individuo que las estudia. Las habilidades del pensamiento se clasifican en básicas y de orden superior (Nickerson y cols., 1994).

Entre las habilidades básicas se encuentran: la observación, la identificación, la comparación, la clasificación, la jerarquización, la asociación, la inducción, la deducción, la síntesis, la memoria, etcétera.

Las habilidades más sobresalientes de orden superior son: la creatividad, el razonamiento (lógico, crítico, analítico, entre otras), la contextualización (vincular diferentes disciplinas transfiriendo conocimientos), el modelaje matemático, la resolución de problemas, y demás.

Es claro que las habilidades del pensamiento entran en juego en el proceso de la resolución de eventos contextualizados, pero también están presentes en este proceso las habilidades para aplicar heurísticas y las habilidades metacognitivas; todas ellas apoyan la transferencia del conocimiento.

Las creencias son un factor que puede actuar de manera positiva o negativa en el alumno. De hecho, los alumnos, al igual que cualquier persona, poseen creencias negativas y positivas; las primeras, bloquean para actuar de modo eficiente y, las segundas, al contrario, ayudan a que la solución de problemas sea eficiente.

Es menester mencionar los beneficios que se han identificado con la implementación de este tipo de cursos, por lo menos durante un semestre, mismos que se reflejan en los resultados de los estudiantes; también favorece su aprovechamiento escolar, y la motivación por los estudios de ingeniería incrementa.

Taller integral del Modimaco

En el tercer bloque se implementa un taller integral e interdisciplinario, que se imparte en los últimos semestres de los estudios del alumno con el objetivo de resolver eventos reales de la industria (Camarena, 1999, 2004). Esta etapa se considera como la culminación del proceso didáctico de la contextualización y de una matemática social, entendida como una matemática para el ámbito social de la ingeniería, pues aquí es donde se verán reflejadas las acciones de transferencia del conocimiento fomentadas en las etapas anteriores.

La implementación de este bloque, a diferencia de los anteriores, requiere un grupo interdisciplinario de profesores que se comprometan con el proyecto. Por la complejidad que presentan los eventos reales de la industria, en el taller participan estudiantes egresados en las ciencias de Física y Matemáticas, ya que se ha visto que el trabajo en equipo es más eficiente y, trabajando entre pares de las mismas edades, el lenguaje y la confianza son componentes favorables para la resolución de los eventos contextualizados. Con este taller se favorece la formación integral y por competencias de los estudiantes.

Con el Modimaco los estudiantes desarrollan competencias, sin embargo, como ya se mencionó, en la época de gestación de este modelo didáctico no existía el término "competencias".

Fase cognitiva

El sustento fuerte de la fase cognitiva de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias está en la teoría de los aprendizajes significativos de Ausubel (1990). Por medio de la Matemática en Contexto se ha verificado que el estudiante obtiene conocimientos estructurados y no fraccionados, logrando con ello erigir estructuras mentales articuladas (Camarena, 1999, 2002a). La situación del aprendizaje interdisciplinario también se ha tratado mediante la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1990); como ejemplo, véase la tesis de doctorado de Muro (2004) en la que establece el campo conceptual de la serie de Fourier en la transferencia de masa de los fenómenos químicos.

La Matemática en Contexto ayuda a que el estudiante construya su propio conocimiento con amarres firmes y duraderos, y no volátiles; además, refuerza el desarrollo de habilidades del pensamiento mediante el proceso de resolver eventos vinculados con los intereses del alumno (Camarena, 2004).

Para observar en los estudiantes el funcionamiento cognitivo de la Matemática en Contexto también se ha recurrido al análisis de las funciones cognitivas de Feuerstein (1979), expuesto en la tesis de doctorado de Zúñiga (2004). Asimismo, se ha determinado que el factor motivación en el estudiante se encuentra altamente estimulado por medio de la Matemática en Contexto y que su desempeño académico como futuro profesionista se incrementa, es decir, la transferencia del conocimiento se puede establecer sin tantos tropiezos (Camarena, 1999, 2003a).

Fase epistemológica

Con la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, en su fase epistemológica se muestra que tal como los contextos de otras ciencias le dan sentido y significado a la matemática, ésta le da sentido y significado a los temas y conceptos de las ciencias del contexto, volviendo a conceptualizarlos (Muro, 2000; Muro y cols., 2002; Camarena, 1987).

Hay situaciones en las que el ingeniero emplea procesos o métodos, para los que usa matemáticas, sin conocer su origen. La fase epistemológica de la Matemática en el Contexto de las Ciencias pone a la luz estas génesis (Camarena, 1987), como en el caso de las impedancias complejas en circuitos eléctricos (Camarena, 2012), apoyando de esta manera el enfoque social de la matemática y contribuyendo al entendimiento de la interdisciplinariedad de la matemática con las áreas de la ingeniería.

Por medio de la fase epistemológica se ha edificado el constructo teórico denominado transposición contextualizada; en él la matemática que aprendieron los estudiantes en la escuela sufre transformaciones para adaptarse a las necesidades sociales de otras ciencias (Camarena, 2001), como es el caso de la delta de Dirac para modelar una señal eléctrica impulsiva.

Chevallard (1991) menciona que un contenido del saber científico (o conocimiento erudito) sufre una transposición cuando se lleva al aula, convirtiéndose en un saber a enseñar (o conocimiento a ser enseñado) y constituyéndose en una transposición didáctica. Por otro lado, se ha detectado que en la ingeniería el conocimiento matemático que se recibe en el aula (saber a enseñar) también sufre otra transformación al pasar al área de la aplicación de la ingeniería, construyéndose el constructo teórico de transposición contextualizada, como la ha denominado Camarena (2001).

Formalmente hablando, un conocimiento a ser enseñado (o conocimiento escolar), destinado a la praxis de la ingeniería, sufrirá un conjunto de transformaciones adaptativas que lo harán apto para las aplicaciones en esa ingeniería. Este conocimiento se denomina “saber de aplicación” o conocimiento a ser aplicado. Así, el conocimiento escolar se extrae del dominio colegial para insertarse en el ámbito de la ingeniería, convirtiéndose en un conocimiento a ser aplicado (o saber de aplicación) en el ámbito social. Al conjunto de transformaciones que sufre el conocimiento para pasar del conocimiento escolar al saber de aplicación en el ámbito

Cuadro 1.
Transposiciones del conocimiento.

Conocimiento científico	Transposición ➔	Conocimiento escolar	Transposición ➔	Conocimiento a ser aplicado en el ámbito social.
Transposición didáctica			Transposición contextualizada	

social se lo denomina transposición contextualizada. Luego, el conocimiento en el ámbito escolar es uno y, otro, cuando está en el contexto de la ingeniería en donde se utilizará (cuadro 1).

Como parte de esta etapa se cuenta con una serie de situaciones de matemática contextualizada (interdisciplinarias) para ser usadas en clase, como los cursos completos de carreras de ingeniería, donde se trabaja una matemática vinculada con la ingeniería en cuestión; véanse, por ejemplo, Camarena, (1987, 1993), Muro (2004), Ongay (1994), Suárez y cols., (2000). Los obstáculos epistemológicos, como han sido definidos por Brousseau (1983), se identifican en esta fase para ser usados en la planeación didáctica de los cursos, por medio del diseño de actividades de aprendizaje que ayuden a enfrentar estos obstáculos (Vite, 2007).

Fase docente

En la fase docente de la teoría de la MCC se han detectado las deficiencias de los profesores que dan cursos de matemáticas, cuya formación no es de matemáticos, y esto constituye una de las grandes causas de las deficiencias de los estudiantes de matemáticas (Camarena, 1990; Gibert y cols., 2010). Por medio de una investigación, desde 1990 se diseñó una "Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica", en donde las asignaturas de matemáticas están vinculadas con otras disciplinas, propias de la electrónica y sus ramas afines (Camarena, 1990). El propósito es que el profesor de matemáticas conozca la interdisciplinariedad de la matemática con la ingeniería (cuadro 2).

De hecho, la investigación arrojó cuatro categorías cognitivas que deberían incluirse en un programa de formación docente en matemáticas para el nivel universitario (gráfica 5): conocimiento sobre los estudios de la ingeniería en donde se labora; conocimiento de los contenidos a enseñar y a aprender; conocimiento sobre el uso de la tecnología electrónica como mediadora del aprendizaje del estudiante; y conocimiento acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática (en general, de la ciencia básica a aprender). Dentro de la última categoría se incluyen cursos sobre el conocimiento científico y técnico, la historia y los

Cuadro 2.
Vínculo entre las matemáticas y la ingeniería electrónica.

Matemáticas en el contexto de la ingeniería electrónica	
Matemáticas	**Ingeniería electrónica**
Introducción al análisis matemático de una variable real	Electrónica básica
Cálculo vectorial	Electromagnetismo
Álgebra lineal	Control electrónico
Ecuaciones diferenciales ordinarias	Circuitos eléctricos
Análisis de Fourier	Análisis de señales electromagnéticas
Probabilidad	Análisis de señales aleatorias
Procesos estocásticos	Telefonía

Gráfica 5. Áreas de formación y actualización de docentes del nivel superior.

Conocer los procesos de aprendizaje y enseñanza	Conocer la ingeniería
Conocer la tecnología como mediadora del aprendizaje	Conocer los contenidos a enseñar

fundamentos de la matemática, los procesos de aprendizaje, y la evaluación del aprendizaje, entre otros.

En la fase docente también se realizan investigaciones sobre la formación por competencias de los maestros (González, 2011) y su motivación por la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto (Gibert y cols., 2010), entre otras investigaciones en las que se abordan otros factores de los profesores.

2. Sectores educativo y social que han causado impacto en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias

Para abordar los sectores educativo y social que han causado impacto en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se presenta la red de investigación del grupo de trabajo en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Los miembros de la red se pueden clasificar en dos grupos: los que han contribuido a fortalecer o ampliar la teoría por medio de sus investigaciones y los que usan la teoría para sus trabajos de tesis de posgrado o para su práctica docente.

La Red de Investigación en Matemática en el Contexto de las Ciencias (Red Macociencias) es internacional y practica la investigación interdisciplinaria; nació en el Instituto Politécnico Nacional de México gracias a un grupo de investigadores preocupados por mejorar su práctica docente, quienes emplearon elementos fundamentados teóricamente para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería.

No se trataba de abordar las inquietudes con la opinión personal de cada integrante: se quería tener certeza en las decisiones que se tomaran. Para lograrlo, un subgrupo decidió incursionar en la investigación educativa, a fin de abordar objetiva y científicamente las interrogantes que yacían en el sentir de los profesores.

Como es sabido, la investigación educativa y la difusión de los resultados están íntimamente relacionados. De este modo, los resultados de las investigaciones se comienzan a difundir en eventos académicos y en revistas. Al presentarse en eventos académicos, los asistentes van conociendo el trabajo del grupo de investigación y de allí surgen invitaciones a dictar conferencias sobre tales resultados. Las invitaciones que recibieron los investigadores eran de universidades mexicanas y extranjeras donde se habían presentado los trabajos de investigación. En el medio académico universitario es atractiva la temática abordada, dado que la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias nace en el nivel superior; mientras que las teorías educativas tradicionales nacen en el nivel educativo básico y se trata de llevarlas al nivel universitario. Luego, se comenzaron a integrar al grupo investigadores y docentes de otras instituciones de educación superior en México.

Con el *boom* de la Internet, en la década de 1990, se tuvo la oportunidad de publicar el material en línea, e incluso que se dieran eventos académicos totalmente virtuales, como la primera Reunión Educativa Internacional Virtual de Modalidades Alternativas (REIVMA-1). Así, se dieron a conocer las investigaciones y, vía correo electrónico, comenzó a darse la comunicación con otros investigadores interesados en el mismo tema. Asimismo, empezaron a llegar invitaciones de otros países para dar a conocer la teoría de la MCC por medio de conferencias magistrales y cursos para profesores o estudiantes que serían docentes de la matemática.

Los primeros países en acercarse fueron Chile, Perú y Venezuela; posteriormente, Cuba, Brasil, Costa Rica, Guatemala, Colombia, República Dominicana, Uruguay y Francia. En cada país hay investigadores que han utilizado la teoría de la MCC como marco teórico de sus investigaciones, también hay estudiantes que emplean esta teoría para fundamentar sus tesis de maestría y doctorado. Los investigadores son miembros de la Red Macociencias, lo cual la convierte en una red de investigación internacional. Para el caso de los posgrados en Educación Matemática, algunos de estos investigadores han incluido la teoría de la MCC como tema de sus cursos, situación que lleva al incremento de los miembros de la red.

Con la incorporación de docentes de diversos niveles educativos interesados en la MCC, y por medio de investigaciones, se han ido definiendo de manera específica actividades didácticas para los diferentes niveles educativos; con esto, la teoría de la MCC, que inicia en el nivel universitario, se está llevando a los niveles anteriores, de tal forma que ha incidido en el bachillerato, la secundaria y la educación primaria (gráfica 6).

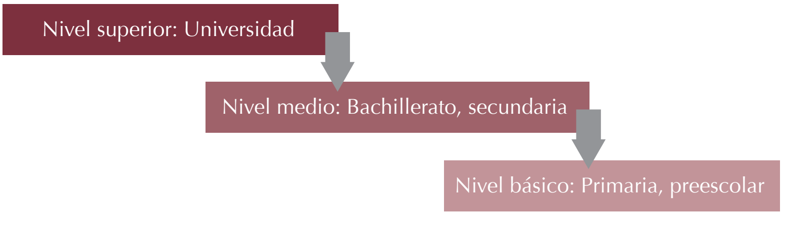
Es menester mencionar que el trabajo en la red genera conocimientos que se construyen a partir de la investigación científica, que es la práctica fundamental de la Red Macociencias. Las investigaciones se fundamentan en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias y, en general, van nutriendo la teoría.

La gestión del conocimiento se lleva a cabo por medio de proyectos de investigación en los que participan, como directores de proyecto, los líderes de alguna de las fases o áreas del conocimiento que intervienen con mayor ponderación. Los investigadores se agrupan en torno a un proyecto, ya sea por invitación del director de proyecto, o bien por acuerdo entre investigadores.

Para incursionar en las investigaciones, cuya producción es la construcción de conocimiento, es necesario que los participantes en la investigación estén inmersos en la línea de pensamiento de la teoría, es decir, que piensen de modo interdisciplinario en la construcción del conocimiento; además, es necesario tener pericia en la investigación educativa científica y saber trabajar en equipos interdisciplinarios.

Es importante mencionar que según la fase de la teoría en la que se ubique el proyecto de investigación será el tipo de investigadores que participen, es decir, investigadores con una formación específica. Por ejemplo, para trabajar en una investigación sobre la motivación del docente se requiere el apoyo de un psicólogo. Para trabajar eventos contextualizados en la química

Gráfica 6. Niveles educativos de incidencia de la teoría de la MCC.



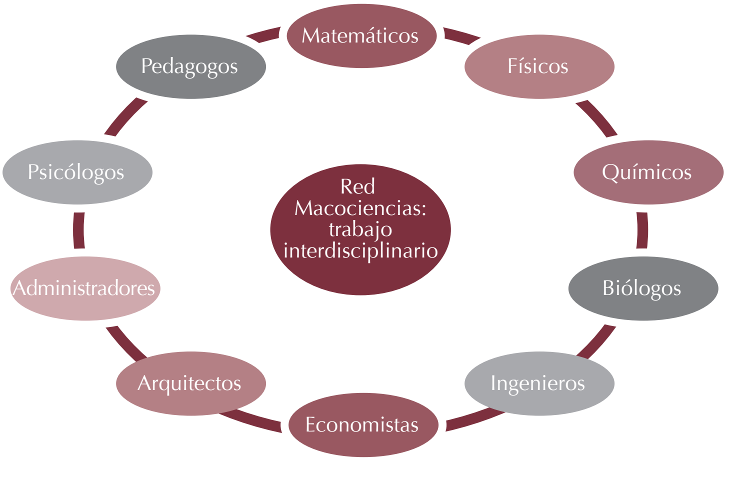
se requiere de un químico, ya que se deben poder secuenciar los contenidos de manera congruente y gradual en el nivel cognitivo, lo cual solo puede hacer un experto en la disciplina. Para el desarrollo de algún material computacional interactivo, que se usará como mediador del aprendizaje en alguna investigación, se necesita la participación de un ingeniero en computación, y así sucesivamente.

Esta situación lleva a que la Red Macociencias sea interdisciplinaria y esté constituida por investigadores de diversas áreas del conocimiento. Por el tipo de investigaciones interdisciplinarias que se desarrollan en la Red Macociencias se incluye a investigadores de diversas disciplinas, como matemáticas, física, química, bioquímica, ingeniería en varias ramas, arquitectura, economía, administración, biología, psicología y pedagogía (gráfica 7).

El modo de participación es voluntario y las investigaciones que se realizan las define el director del proyecto en conjunto con los participantes. Casi siempre son investigaciones que de alguna manera se registran en la institución del director del proyecto. La difusión de los resultados es un elemento de reconocimiento para los participantes en el proyecto de investigación.

Al año, se realiza una Jornada, vía videoconferencias, por medio de Internet 2, para mostrar los resultados de investigación a los miembros de la Red Macociencias y a los docentes e investigadores invitados de alguna nueva institución educativa que ha mostrado interés en los trabajos de la red. Con la incorporación de nuevos miembros, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, que nació para las ingenierías, se extendió a otras profesiones que también requieren de la matemática, como biología, física, química, bioquímica, administración, economía, arquitectura (gráfica 8).

Gráfica 7. Formación de los miembros de la Red Macociencias.



Gráfica 8. Profesiones en las que se ha trabajado con la teoría de la MCC.

Es importante explicitar que la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias ha impactado el sector educativo mediante la incorporación de investigadores internacionales, de diversas instituciones educativas, a la Red Macociencias, donde la producción que genera la teoría se emplea como fundamento teórico de investigaciones, tesis de licenciatura, maestría y doctorado, o bien como insumos de la práctica docente. También es importante comentar que la Red Macociencias ha sido reconocida por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) y está vinculada a él.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se ha extendido a otras ciencias, generando la teoría de las Ciencias en Contexto (gráfica 9), misma que ha influido en el sector social, particularmente en el de la enseñanza de la ingeniería, y su trabajo ha sido reconocido por la Academia de Ingeniería de México (AI-M).

De manera semejante, se ha visto la necesidad de abrir áreas de investigación, como la tecnología electrónica, en el sector educativo (Calderón y cols., 2002; García, 2003; Luis, 2004; Ortiz y

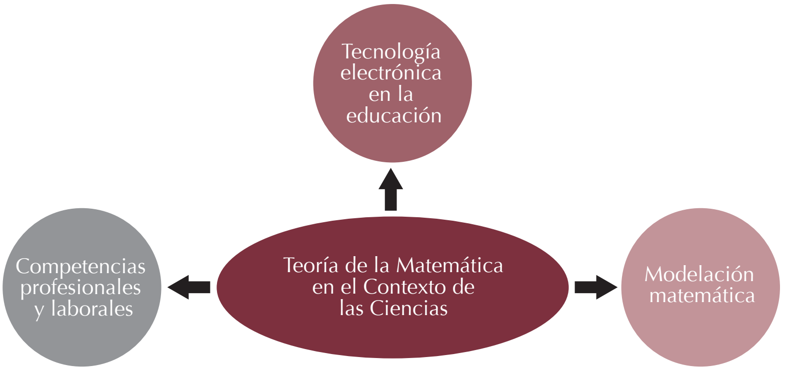
Gráfica 9. Extrapolación de la MCC a las Ciencias en Contexto.

cols., 2007; Villalpando y cols., 2007); las competencias profesionales y laborales (Camarena,2004; González 2011; González y cols., 2011b); y la modelación matemática (Camarena, 2006, 2009; Cervantes, 2008; González y cols., 2000; Neira, 2012; Pantle, 2000; Trujillo y cols., 2003; Villanueva, 2003). Es claro que estas áreas no son nuevas en la investigación educativa: la diferencia estriba en el enfoque que otorga la línea del pensamiento de la teoría de la MCC a cada una de estas áreas, como se puede ver en las referencias aludidas arriba (gráfica 10).

Vale la pena mencionar que la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se ha extrapolado a las ciencias básicas de física y química, así como de la bioquímica, la biología, las ciencias administrativas, la arquitectura, entre otras, de tal modo que origina la teoría denominada Ciencias en Contexto (Camarena, 2003a, 2006, 2011; González, 2011), la cual también incorpora otras asignaturas propias de las ingenierías, como comunicaciones y acústica, por solo citar algunas. Así, todo lo relativo a las Ciencias en Contexto tiene su origen en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, donde se conservan todas las premisas, paradigmas y líneas de pensamiento de la matemática en contexto para las ciencias básicas y otras ciencias de las carreras universitarias. Es decir, en una profesión donde las ciencias por sí mismas no son la meta, la línea de pensamiento es que no se ofrezcan cursos de ciencias por las ciencias mismas, sino que se cuestione: ¿por qué?, ¿para qué?, ¿a quién?, ¿quién?, ¿qué?, ¿cómo?, ¿cuándo?, etcétera. Éstas son preguntas que surgen de la línea de pensamiento del contexto (Camarena, 2011).

Para el caso de las ciencias básicas, el paradigma educativo del cual se parte es que, con los cursos de ciencias básicas en ingeniería, el estudiante poseerá los elementos y herramientas que utilizará en las materias específicas de su profesión. La física y la química, como cimientos de la ingeniería; y la matemática,

Gráfica 10. Áreas generadas por la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.



como herramienta y lenguaje de la ingeniería. Sin dejar de lado el hecho de que las ciencias básicas son *formativas* para el alumno (Camarena, 2004, 2011); término que, según Camarena (1999), significa desarrollar un orden y una disciplina mental en la profesión y en la vida cotidiana, consumar la adquisición de un espíritu crítico y analítico, lograr un criterio científico y desarrollar habilidades del pensamiento. Todo ello siempre y cuando se manejen las ciencias básicas razonadas, lógicas, sabiendo el porqué de las cosas, sin magia; ciencias básicas que sean conceptuales y no solamente algorítmicas u operativas (Camarena, 1984,1999, 2002b, 2004, 2008, 2011).

Como ha sido mencionado, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias ha generado un área de investigación que es el uso de la tecnología electrónica en la educación, donde se ha incursionado en la tecnología como mediadora del aprendizaje y la tecnología como ambiente de aprendizaje, donde, a su vez, se ha generado, entre otros, un modelo didáctico para elaborar material computacional interactivo para el aprendizaje de las ciencias. Se concibe la generación de esta área a partir de la teoría de la MCC y se está trabajando no sólo para la enseñanza de la matemática, sino de las ciencias en general, y para el diseño de programas académicos de diversas áreas del conocimiento.

De manera semejante, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias genera un área de investigación sobre las competencias profesionales y laborales, donde no solo se trabaja sobre las competencias matemáticas, sino sobre las competencias de otra ciencia y las de áreas específicas de las ingenierías.

Otra vertiente que se genera de la teoría de la MCC es el área de investigación sobre modelación matemática; aunque ésta se halla inmersa en la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto, el hecho es que requiere de precisiones que llevan al desarrollo de investigaciones específicas para este tema con un trabajo interdisciplinario.

Conclusiones

A manera de conclusión, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se ha desarrollado desde 1982 por medio de investigaciones empíricas, epistemológicas, curriculares y psicológicas.

Esta teoría ha permitido fundamentar investigaciones, tesis de licenciatura, maestría y doctorado, así como fortalecer la práctica docente de quien la emplea.

Es una teoría que nace en el nivel universitario y se está llevando a los niveles educativos anteriores, a diferencia de otras teorías que nacen en el nivel básico y luego se llevan a los niveles educativos posteriores.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias nace centrada en la matemática, ésta se extrapola a otras ciencias, como la física, la química, la bioquímica, los circuitos eléctricos, la teoría electromagnética, etcétera.

La teoría de la MCC nace para las ingenierías y, posteriormente, se extiende a otras profesiones, como biología, física, química, bioquímica, administración, economía, arquitectura.

Referencias

Accostupa, H. J. (2009). *Propuesta didáctica para las funciones sinusoidales de la forma f(x)=A+BSen (Cx+D) en el contexto de los circuitos eléctricos del área de la Ingeniería*. Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alvarado, P. Y. (2008). *Análisis del significado de la solución de las ecuaciones diferenciales lineales en la volatización de compuestos orgánicos*. Tesis de Maestría en Orientación Educativa de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., y Hanesian, H. (1990). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. México, D. F.: Editorial Trillas.

Brousseau, G. (1983). Obstacles épistémologiques de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2).

Calderón, S. C., y Cortés, E. E. (2002). *Diseño de experiencias de aprendizaje con el apoyo tecnológico para la visualización de las características de las funciones polinomiales*. Tesis de Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Ciencias del Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica de la Secretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación Pública de México.

Camarena, G. P. (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN. México, D. F.: IPN.

Camarena, G. P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Ciencias en el área de Educación Matemática. México, D. F.: CINVESTAV-IPN.

Camarena, G. P. (1990). *Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (1993). *Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas*. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. Conferencia Magistral, XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México.

Camarena, G. P. (1999). Reporte de proyecto de investigación titulado: *Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*, con núm. de registro: CGPI-IPN: 990413. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2001). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, D. F.: Editorial ANUIES, Colección Biblioteca de la Educación Superior, Serie Investigación.

Camarena, G. P. (2002a). Reporte de investigación titulado: *Los registros cognitivos de la matemática en el contexto de la ingeniería,* con núm. de registro: CGPI-IPN: 20010616. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2002b). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Revista Innovación Educativa*, *2*(10, 11), 22-28 y 4-12.

Camarena, G. P. (2003a). Reporte de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias y la didáctica disciplinaria,* con núm. de registro: CGPI-IPN: 20030491. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.
Camarena, G. P. (2003b). Las heurísticas disciplinarias y la matemática en contexto. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *16*(tomo II), 571-577.
Camarena, G. P. (2004). Reporte de proyecto de investigación titulado: *La matemática en el contexto de las ciencias: las competencias profesionales*, con núm. de registro: CGPI-IPN: 20040434. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.
Camarena, G. P. (2006). Reporte de proyecto de investigación titulado: *La matemática formal en la modelación matemática,* con núm. de registro SIP-IPN: 20061457. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.
Camarena, G. P. (2008). Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias [Conferencia Magistral]. *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas*, Perú.
Camarena, G. P. (2009). Mathematical models in the context of sciences. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, (461), 117-132.
Camarena, G. P. (2011). Reporte de proyecto de investigación titulado: *Fundamentos teóricos de las ciencias en contexto*, con núm. de registro: SIP-IPN: 20110229. México, D. F.: Editorial ESIME-IPN.
Camarena, G. P. (2012). Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería. *Revista Innovación Educativa*, *12*(58), 35-55.
Carmona B. E., y Belman, Z. O. (2002). *Identificación de obstáculos para la conceptualización del triángulo rectángulo*. Tesis de Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Ciencias del Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica de la Secretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación Pública de México.
Cervantes, S. M. (2008). *La matemática en contexto y el enfoque hacia la modelación en el aprendizaje de la derivada como razón de cambio contexto de las ciencias*. Tesis de Doctorado en Educación de la Universidad Autónoma de Baja California, México.
Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, Buenos Aires, Ar.: Aique Grupo Editor S. A.
Dávila, O. T. (2003). *Identificación de prerrequisitos de una ecuación diferencial de primer orden en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.
De Bono, E. (1997). *El pensamiento lateral, manual de creatividad*. México, D. F.: Editorial Paidós.
De Pavia, I. P. (2006). *Desarrollo de habilidades del pensamiento para la matemática en el contexto de las ciencias*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.
Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. México, D. F.: Editorial de la Universidad del Valle de México.
Feuerstein, R. (1979). *The Dynamic Assessment of Retarded Performers: The Learning Potential Assessment Device, Theory, Instruments and Techniques*. Jerusalén, Is.: Park Press.
Flores, A. I. P., y Camarena, G. P. (2012). La interdisciplinariedad: nivel superior. En R. D. Gutiérrez, D. C. Ceniceros, y V. H. Monárrez (Coords.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje: estudios en el ámbito de la educación media superior y superior* (pp. 150-167). Durango, Mx.: REDIE, Colección Experiencias de investigación.

García, A. G. (2003). *Un recurso didáctico con las nuevas tecnologías de la información y comunicación para fortalecer el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

García, G. L. (2000). *Nociones contextualizadas de las series en ingeniería*. Tesis de Maestría en Ciencias con Orientación en Enseñanza de la Matemática de la Coordinación de Investigación y Posgrado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Gibert, D. R., y Camarena, G. P. (2010). La motivación del docente ante la matemática en contexto. *The Mexican Journal of Electromechanical Engineering*, *14*(3), 107-113.

González, A. L. M. (2011). Formación de profesores en el enfoque por competencias para impartir cursos de matemáticas en contexto de las ciencias. *Proceedings of XIII Inter American Conference on Mathematics Education*, Recife, Brasil.

González, A. L. M., y Camarena, G. P. (2011a). La gestión de las emociones en la clase de matemáticas. En Memorias del VI International Conference on Electro mechanics and Systems Engineering, México.

González, A. L. M., y Camarena, G. P. (2011b). Valores en las competencias matemáticas. *Proceedings of XIII Inter American Conference on Mathematics Education*, Recife, Brasil.

González, E. E., y Suárez, P. T. (2000). *Modelo matemático de una máquina de BUS finito*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

Hernández, R. M. A. (2009). *Las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.

Herrera, E. J., y Camarena, G. P. (2003). Los modelos matemáticos en el contexto de los circuitos eléctricos y la metacognición. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *16*(tomo II), 495-501.

Luis, G. M. (2004). *El uso de la informática como motivador en el aprendizaje del álgebra*. Tesis de Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Ciencias del Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica de la Secretaría de Educación e Investigación Tecnológicas de la Secretaría de Educación Pública de México.

Muro, U. C. (2000). *Las series de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa*. Tesis de Maestría en Ciencias con Orientación en Enseñanza de la Matemática de la Coordinación de Investigación y Postgrado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Muro, U. C. (2004). *Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa*. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, México.

Muro, U. C., y Camarena, G. P. (2002). La serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa. *Revista Científica: The Mexican Journal of Electromechanical Engineering*, *6*(4), 159-163.

Neira, F. V. (2012). *Modelación de problemas contextualizados usando sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: basado en el enfoque de la Matemática en el Contexto de las Ciencias*. Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Nickerson, R. S., Perkins, D. N., y Smith, E. E. (1994). *Enseñar a pensar, aspectos de la aptitud intelectual*. Madrid, Es.: Editorial Paidós M. E. C.

Olazábal, C. A. (2005). *Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la matemática en contexto*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.

Olazábal, B. A. M., y Camarena, G. P. (2003). Categorías en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico de la matemática en contexto. *Memorias del Congreso Nacional de Profesores de Matemáticas*, México.

Ongay, F. (1994). Apuntes de un curso de *Cálculo Vectorial en el contexto de la Teoría Electromagnética*. Inédito.

Ortiz, B. A., Vera, C. Y., Zavala C., y Camarena, G. P. (2007). *Modelo académico*. (Tomo II, vol. 2 de la serie Modelo académico para nuevas modalidades educativas). México, D. F.: DINME-IPN.

Pantle, A. (2000). *Modelo matemático de un sistema de transmisión de energía eléctrica*. Tesis en Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

Piaget, J. (1991). *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático* (pp. 27-30). México, D. F.: Editorial Paidós, Psicología Evolutiva.

Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, D. F.: Editorial Trillas.

Ramírez, V. R., y Rosas, H. M. (2005). *Humanizar la Matemática en el Contexto de la Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

Rojas, B. J. (2008). *Aplicación de los campos de Galois en el contexto de la corrección y detección de errores en comunicaciones basadas en los códigos BCH, con un enfoque didáctico*. Tesis de Maestría en Telecomunicaciones del Instituto Politécnico Nacional, México.

Santos, T., y Luz, M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.

Sauza, T. M. (2006). *Una propuesta didáctica del análisis matemático en el contexto de la ingeniería de control*. Tesis de Maestría en Orientación Educativa de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Suárez, B. V., y Camarena, G. P. (2000). La transformada de La place en el contexto de la ingeniería. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *13*, 124-130.

Trejo, T. E. (2005). *La ecuación diferencial en el contexto de las reacciones químicas de primer orden*. Tesis en Maestría en Orientación Educativa de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2011). Vínculo: matemáticas, ciencias y aprendizaje. En *Memorias del XIII Inter American Conference on Mathematics Education*, Recife, Brasil.

Trujillo, R. J., y Herrera, E. J. (2000). *Modelo matemático de una máquina de CD*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2), 133-170.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society. The development in higher psychological processes*. Cambridge, EUA: Harvard University Press.

Villalpando, R. R., y Camarena, G. P. (2007). *Modelo curricular para modalidades educativas alternativas: modelo didáctico*. México, D. F.: Colección de Libros de Modalidades Educativas Alternativas (tomo III, vol. 2). Edición electrónica; página Web de la Dirección de Nuevas Modalidades Educativas del IPN, México. Recuperado de: www.dinme.ipn.mx

Villanueva, V. R., y Méndez, J. F. (2003). *Matematización de problemas de física*. Tesis de Especialidad en Didáctica de las Ciencias y la Tecnología, Instituto Politécnico Nacional, México.

Vite, M. P. (2007). *Propuesta didáctica: Ecuaciones algebraicas de primer grado en contexto*. Tesis en Maestría en Orientación Educativa de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Zúñiga, S. L. (2004). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del concepto de función de dos variables y la derivada parcial en el contexto de la ingeniería*. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, México.

Teaching mathematics through problem solving

Sarah Selmer
Ugur Kale
West Virginia University

Abstract
The purpose and contribution of this paper is to explore and discuss how project-based learning (PBL), a general instructional strategy that can be used in numerous core content areas, can be integrated with teaching mathematics through problem solving (TMPS), a mathematics specific classroom approach. This instructional approach, TMPS, discusses two elements of a teacher's facilitation role, including the planning of valuable tasks and the classroom facilitation of this task. We describe and explore a case of a sixth (6th) grade mathematics teacher named Mrs. Miller who incorporated PBL in her teaching. We then address Mrs. Miller's concerns and perspectives through related observations and connections made by the authors, organized using the essential elements of a teacher's role in TMPS. We believe these essential elements of a teacher's role in TMPS should be maintained when a teacher integrates PBL in his/her practices in order to ensure a project effectively teaches students significant mathematical content.

Keywords
Project-based learning, teaching mathematics through problem solving, teacher's role.

La enseñanza de las matemáticas mediante la solución de problemas

Resumen
El propósito y la contribución de este trabajo son explorar y discutir cómo el aprendizaje basado en proyectos (PBL, por sus siglas en inglés), una estrategia de enseñanza general aplicable en numerosas áreas de contenido básico, puede integrarse a la enseñanza de las matemáticas mediante la solución de problemas, método didáctico específicamente diseñado para las matemáticas. Este método de enseñanza –conocido como TMPS, por sus siglas en inglés– analiza dos elementos de la función del profesor como facilitador, incluidas la planificación de tareas útiles y la facilitación de esta tarea en el salón de clases. Describimos y analizamos el caso de una profesora de matemáticas del sexto (6º) grado, la señora Miller, quien incorpora el PBL en su enseñanza. Enseguida, abordamos las preocupaciones y perspectivas de la señora Miller por medio de observaciones y conexiones que organizamos según los elementos esenciales de la función del profesor planteados por el método TMPS. Consideramos que estos elementos esenciales de la función del profesor en la enseñanza de

Palabras clave
Aprendizaje basado en proyectos, enseñanza de las matemáticas mediante la solución de problemas, papel del docente.

Recibido: 15/07/2013
Aceptado: 24/08/2013

las matemáticas mediante la solución de problemas deben mantenerse cuando un maestro integra el PBL en sus prácticas, con el fin de garantizar que un proyecto determinado logre enseñar a los estudiantes un contenido matemático significativo.

Introduction

In an era of educational reform movements promoting new strands of alternative instructional approaches, being able to adapt their current teaching is an essential yet challenging task for teachers. While new approaches are promising to enhance student learning, teachers still need to meaningfully connect their growing understanding of the new –often not content specific-strategies with their current content-specific knowledge about teaching and learning. Considering adopting an alternative instructional approach with the focus of particular content areas can be daunting for teachers. The purpose and contribution of this paper is to explore and discuss how *project-based learning* (PBL), an alternative instructional strategy that can be used in numerous core content areas, can be integrated with *teaching mathematics through problem solving* (TMPS), a mathematics specific classroom approach. In this paper, first we share existing literature for PBL. Included in the literature review is a distinction between problem based learning and PBL. Then, we describe and explore a case of a sixth (6th) grade mathematics teacher named Mrs. Miller who incorporated PBL in her teaching. Following, we share existing literature for TMPS. We then return to Mrs. Miller's PBL with a focus on the mathematics embedded in the project. We focus on identifying the issues the teacher encountered and offering suggestions about the effective planning and implementation of the two integrated instructional approaches.

Project Based Learning

PBL is an educational reform movement gaining a reputation for helping teachers to comprehensively meet higher level learning standards for students. There have been large scale PBL initiatives, notably in West Virginia (Williamson, 2008) and Indiana (Ravitz & Blazevski, 2010). A PBL approach centers on carefully orchestrated experiences for students investigating a driving question or problem. These experiences include student production of high quality products and/or presentations demonstrating their learning (Buck Institute for Education, 2011). Many of the principles of PBL are common to problem-based learning. For example, both have learning activities organized around achieving a shared goal (Savery, 2006). However, in problem-based learning the emphasis is rather on the self-directed acquisition of knowledge by the learner throughout the experience with no particular focus on the end product or presentation (Savery, 2006). In PBL, the central emphasis of instruction is on projects where students express what they learn through the end product and/or presentation (Helle, Tynjala, & Olkinuora, 2006).

Research has demonstrated that PBL can increase student engagement (Bernt, Turner, & Bernt, 2005), autonomy (Worthy, 2000), development of 21st century skills (Ravitz, Hixson, English, & Mergendoller, 2011), reflective experiences (Grant & Branch, 2005), and core curricular academic achievement on standardized tests (Geier, Blumenfeld, Marx, Krajcik, Fishman, Soloway, & Clay-Chambers, 2008). There has also been substantial interest in mathematics teaching reform involving PBL and a growing body of evidence indicating that under the right conditions, PBL can benefit both mathematics teaching and learning (Yetkiner, Anderoglu, & Capraro, 2008).

Larmer and Mergendollar (2010) identified eight essential elements that teachers should incorporate in meaningful PBL projects. These include: 1) significant content, 2) a need for students to know more information, 3) a powerful driving question, 4) student voice and choice, 5) 21st century skills, 6) student inquiry and innovation, 7) students receiving feedback and revising their work, and 8) a publicly presented final project. We now present the case of Mrs. Miller, a teacher new to PBL planning, with a focus on how she incorporated the first essential project element, significant content. In particular the focus is on the mathematics embedded in Mrs. Miller's PBL project. Mrs. Miller's project ideas and perspectives were shared through reflective interviews. The interviews used video captured during classroom observations, classroom planning documents, and reflective notes as a rich context for discussions. Our previous report extensively documented the research methodology and findings in this case (Kale, Selmer, & Ravitz, 2011), to which the readers can refer for further details. Our scope in this paper is rather practice-oriented, highlighting both Mrs. Miller's ideas and perspectives and related observations and connections we made as the authors.

The case of Mrs. Miller to exemplify Project Based Learning

Mrs. Miller, a teacher with 18 years of experience, currently works as a sixth grade multi-subject teacher at Wiley Middle and High School, which has around five hundred students in grades six to twelve. She was the driving force behind a PBL project that represented not only a change in the learning experience for the students but a change in the teaching experience for her. Mrs.

Miller's project was the culmination of a great deal of theory, training, and preparation that represented a significant change in the way she taught mathematics. There were a total of 21 students (4 boys, 17 girls) in Mrs. Miller's sixth grade mathematics classroom, which she classified as a high ability group. The students had no prior experiences in PBL though they had practiced mathematics content and skills, such as performing number and decimal computation and converting between fractions, decimals, and percents prior to the project. As they engaged in the PBL experience, the learning of mathematics content to solve real world problems was embedded within the project. Students employed real world 21st century skills (such as collaboration, communication and problem solving), and created presentations of their projects. The role of Mrs. Miller was as a coach or facilitator of the PBL experiences. This role was different from the more traditional teaching role of providing direct instruction to students. Prior to implementation, Mrs. Miller spent countless hours attending formal training sessions and working in smaller school based collaborative groups. She also spent time on her own to create and implement the mathematics PBL exercise.

Mrs. Miller's plan for her PBL is to begin with a visit from a parent planning a birthday party for her thirteen-year-old daughter. The students will be divided into small groups representing catering companies. She wants to choose a real-world context that would be both motivating and engaging for her students. The challenge for the catering companies is to prepare a bid for the birthday party to accommodate 30 guests with a budget limit of $250. The bid components are to include a party budget, menu, and description. The budget is to be represented as both a spreadsheet and a circle graph. The menu is to include food choices and recipes to be modified based on the number of guests. The description is to include decorations, entertainment, food and favors. Each catering company is to present a party proposal at the end of the project. The relationship within and between fractions, decimals, and percents represents the mathematics focus of the project. Table 1 presents the specific driving project question, overarching mathematics focus, and guiding mathematics-focused project activities and resulting artifacts that Mrs. Miller designs using a PBL approach.

Although such a framework is useful for planning the PBL activities, one common challenge for a novice PBL teacher is to focus on the embedded content within a project. In the following sections, we address Mrs. Miller's challenge specific to teaching mathematics by discussing TMPS, an analogous instructional approach specific to mathematics education. This allows us to offer suggestions about the effective planning and implementation of the two integrated instructional approaches. A first step is to clarify definitions and the facilitating teacher role for TMPS.

Table 1.
Components of Mathematics project-based learning Lesson Framework.

Component	Description
Driving Project Question	Applying mathematical standards, what is the best way to plan a birthday party, while working within a fixed budget?
Mathematics-focused	Development of number sense by understanding relationships within and among fractions, decimals, and percents and by computing and making reasonable estimates as part of real-world problem solving.
Primary Project Activities and Resulting Artifacts with a Mathematics-focused	
• Party budget spreadsheet	The students are to create a party budget spreadsheet that includes an expense sheet and a summary sheet to display percentage representation for each budget category.
• Recipes	The students are given a recipe for chocolate chip cookies. Using the given quantities for each ingredient, students are to answer questions such as, "If you want to make two batches, how much flour would you need?" Students do similar modifications for their own chosen party recipes. For example, if a group chooses a chocolate cake that serves 12 people they are asked to modify the recipe to serve 30 guests.
• Budget represented in a circle graph	Using the party budget spreadsheet the students are asked to express line items in dollars, fractional equivalent, decimal form, and as a percentage. For example, if the budget for party favors is \$40, the figure is to be represented as a fraction of the total budget (40/250). The fraction is converted to a decimal using a calculator and then multiplied by 100 to provide a percentage of the total budget. The percentages are used to construct a circle graph representing the contribution of the line items to the total party budget.
• Mathematics journal prompts	Students are to answer open-ended journal prompts. The following examples are from classroom artifacts: "How can you determine the percent of the budget that each category represents?" "If you plan to spend 40% of your budget on food expenses, how much would you spend on food if your total budget is \$300?" "Briefly describe steps to plan a birthday party within a budget." "Explain all mathematical skills/concepts your team used to complete this project."

Teaching Mathematics through Problem Solving

During the last two decades TMPS has offered educational promise in improving mathematics education (Lester & Charles, 2003). TMPS embraces the idea that aspects of problem solving and learning substantive mathematical concepts are recognized as interdependent (Lesh, & Zawojewski, 2007). In other words, you do not learn how to problem solve separate from mathematics content. The mathematics learning is dependent on the problem solving and the problem solving is reliant on the mathematics. For example, consider upper elementary students working on a task involving the fair sharing of a number of brownies. The students are asked to illustrate how they would represent scenarios such as: 5 brownies shared with 2 children, 2 brownies shared with 4 children, 3 brownies shared with 8 children, and 5 brownies shared with 6 children. The task requires that all children in the scenarios must get an equal part of the item being shared and that the entire amount must be used. In this example the students are solving the problem of equally sharing the brownie while concurrently learning mathematics central to solving these tasks. The mathematics central to these tasks include the importance of the unit, varying interpretations of fractions as part/whole ratios and quotients (Lamon, 2005), issues of equivalency and congruency, and the meaning of the numerator and denominator. As students engage with these tasks the mathematics learning is dependent on the students solving the problem and the problem solving is the conduit for students to engage with the mathematics.

The role a teacher plays in a classroom based on TMPS entails the planning of valuable tasks and the classroom facilitation of these tasks (Cai, 2003).When choosing a task the teacher first needs to consider the mathematics they would like their students to learn (Van de Walle, 2003). Often teachers emphasize the importance of providing real-world mathematical problems for students, but more important for TMPS is that a task focus students' attention on the embedded mathematical concepts (Van de Walle, 2003). The teacher must question if a task they chose requires students to engage with substantial mathematics in order to find a solution. In other words, the mathematics cannot be peripheral to a solution. If the mathematics is not central to a solution then the students might be problem solving in the context of the real world, but they are not learning mathematics through problem solving (Van de Walle, 2003).

Once a teacher has chosen a valuable task they must facilitate the task with students. Typical teacher facilitation in TMPS involves first letting students work on a solution and then facilitating the use of student solutions as fodder for a classroom discussion. As students work on a solution (either individually or in small groups) the teacher must allow the students to struggle with the mathematics. The facilitation of students working on their own solutions seems simple enough; however, this can be difficult for teachers who often step in and help students (Hiebert, 2003). For example, if a student is struggling with the previously mentioned brownie problem, a teacher sensing a student's frustration might ask guiding questions that actually provide the student with the solution. This is actually very common in the United States where teachers often guide students to solutions because they feel bad that their students are frustrated (Hiebert, 2003). It is therefore essential that a teacher allow the mathematics to be problematic for the students—because otherwise students are not learning the mathematics—even if this involves struggling to find a solution.

The role of a teacher also includes facilitating the use of various student solutions to maximize the mathematical learning opportunities for students through classroom discourse (Cai, 2003). To drive classroom discourse, Hiebert (2003) suggests asking students to share their solution methods and procedures they used to solve a problem. Then, students are encouraged to elaborate their own thinking and to engage in the thinking of others through these shared solutions. During this process, the teacher must be an active guide, choosing which solutions to share as a group and asking mathematically challenging questions that do not remove the problematic nature of the task (Hiebert, 2003).

Returning to the brownie example, as students work on the problem, the teacher strategically facilitates sharing and exploring different strategies among the students, asks students to justify their responses, and asks questions to probe the conceptual understandings of important fraction concepts. This process allows the students to learn both procedural and conceptual fraction understandings through problem solving.

Re-examining the case

During interviews, Mrs. Miller expressed concerns that her students will procedurally and not conceptually learn the intended mathematics embedded in the project. Procedural knowledge includes understanding steps or actions that are used when operating on numbers. Conceptual understandings usually refers to students having an “integrated and functional graph of a number of mathematical ideas” (National Research Council, 2000), in this case the relationships among and between fractions, decimals, and percents.

These concerns are articulated through an excerpt culled from an interview with Mrs. Miller where she stated:

> I think they will know procedurally, but a lot of them did not know conceptually and that came out in the journal prompts. I normally do a lot more hands-on with [math instruction] where we’d be coloring squares and they see the answer is getting smaller. Because I was trying to let’s do it and let’s move on and apply it, and I don’t think I spent enough time that they understood conceptually.

This excerpt relates to students’ work—as described in Table 1—on the circle graph budget activity that tasks students with creating a circle graph representing their party budget. Mrs. Miller wondered if the activities and related facilitation of these activities could make the mathematics procedural rather than conceptual for the students. For example, if students use calculators to find the fractions, decimals, and percents for each line item in the budget and create a circle graph in a very straightforward way without Mrs. Miller considering and then facilitating the understanding of relational mathematical concepts between these units, then students will not learn the conceptual mathematics. It is essential that Mrs. Miller work to connect her growing understandings about PBL with her current content specific knowledge about teaching and learning. For this, she would need not only to plan and implement the PBL activities but also to maintain her two key TMPS roles: planning of valuable tasks and the classroom facilitation of these tasks, which are essential to students learning significant mathematical content.

The role of the teacher planning a valuable task

First consider Mrs. Miller's PBL using the planning a valuable task element of the teacher's role in TMPS. Recall that the planning of a valuable task requires the teacher to attend to some important task features. The teacher must consider the mathematics he or she would like the students to learn, and then choose a related task that requires students to engage with substantial mathematics in order to find a solution. At the same time, a real-world context is a paramount consideration in PBL. In TMPS a real-world focus is beneficial for student engagement but is a secondary consideration to determining if a task is mathematically challenging. In order to link these considerations together, a teacher must consider if their real-world project is also mathematically challenging. In other words, this element of a teacher's role in TMPS suggests that the driving question, primary project activities, and/or resulting artifacts associated with a PBL approach still need to involve substantial mathematics in order to enable students to successfully find a solution. The target mathematics focus can be used to analyze the driving question and guiding activities of Mrs. Miller's project (Table 1). Mrs. Miller seeks to teach the relationship within and among fractions, decimals, and percents. The development of a deep and flexible understanding of this relationship is a complex endeavor for a student. Considering each individual concept and the interplay between the concepts should demonstrate this complexity. In learning fractions, students need to understand the relational nature of fractions (McNamara & Shaughnessy, 2010). Consider the use of the two digits, 2 and 3, first as the number 23 and then as the fraction $2/3$. In the case of the fraction, the digits represent a relationship or an underlying relative amount (McNamara & Shaughnessy, 2010;

Lamon, 2005), rather than the specific quantity reflected in the figure 23. While the magnitude of the two digits will not change, the meaning of $2/3$ is determined in part by the size of the units and the construct. For example, when considered as part of an area, the 2 represents the replications of the area that is a third of a whole. When $2/3$ is considered as a measure, the 2 is two iterations of the distance that is a third of the whole. If considered as a ratio, the fraction could refer to the probability of an event. The ratio might also be part-part or part-whole (Lamon, 2005). For example, the ratio $2/3$ could be the ratio of those wearing jackets (part) to those not wearing jacket (part); or it could be part-whole, meaning those wearing jackets (part) to those in the class (whole).

Another complexity arises in considering the idea of the size of the unit. When $2/3$ is considered as part of a set the 2 could mean two items, 4 items, 24 items, and so on, depending on the size of the entire set. Students should also understand issues of equivalency, namely that $8/12$, $4/6$, and $2/3$ represent precisely the same underlying relative amount. The differences in notation are merely a matter of the value of the denominator. Fraction, decimal, and percent notation are three different notational systems for rational numbers. A decimal is ultimately an alternative symbol system for Base-Ten Fractions. A percent is ultimately a way to express a fractional relationship out of 100. In order for students to learn the relationships among fractions, decimals, and percents, they need opportunities to apply their fraction knowledge to solve problems involving different contexts, settings, and relationships. These are complex understandings that need to be developed and strengthened over time with experience.

Review of Mrs. Miller's overarching driving question and guiding project activities finds that they do not necessarily represent a mathematical challenge that focuses on the relationship between fractions, decimals, and percents. First she considers the overarching driving project question, "Applying mathematical standards, what is the best way to plan and budget for a birthday party, while working within a fixed budget?" The key aspects of planning a birthday party while representing the real world are not necessarily mathematically problematic. The party theme, menu content, and decorations are considerations far more central to the problem. For example, a student can determine the party theme, menu, and decorations prior to creating a budget. After the party is planned a student can then fit that plan into a working budget. In other words, the mathematics is not integral in determining a solution.

Next consider the guiding project activities. What if the mathematical computations to complete the party budget and adjust recipes are purely procedural and cursory to what might be perceived as the other far more interesting challenges? Mrs. Miller plans for the students to create a spreadsheet representing the party budget for each line item in dollars, fractions, and the equivalent percent. Students will then use the line item percentages to create circle graphs that represent the party budgets. Will the students be engaged in data entry and procedural calculations, activities that are mathematically unproblematic? Although students will be working with numbers and performing computations, this is distinctly different from struggling with, making sense of, and justifying the responses to a problem with the described relationships of fractions, decimals, and percents at the center of the solution. This suggests Mrs. Miller should modify her overarching project question and/or rework her project activities so that the answers can only be determined through engaging in substantial mathematics. For example, she might consider the idea of incorporating mathematical comparisons of party budgets.

The role of the teacher facilitating a task

A second element for successfully TMPS is the teacher's facilitation of a valuable task. Recall that typical teacher facilitation in TMPS involves first letting students work on a solution and then facilitating the use of student solutions as fodder for a classroom discussion. Mrs. Miller could use this lens to examine her facilitation of guiding project activities.

An example taken from a classroom video shows Mrs. Miller facilitating—as described in Table 1—the circle graph budget activity. This was the activity that Mrs. Miller was referencing when she expressed concerns about the students not conceptually learning the mathematics. Mrs. Miller formed a small group of students by pulling one student from each group to model how to create a circle graph for a mock party budget. Using this information, these students later went back to their groups to create a circle graph representing their party budget.

Mrs. Miller began the small group instruction by asking:

> [Mrs. Miller]: "So, we need to figure out how to get sections of a circle graph so we need to change this information [the mock budget] into a percent. What do we know about setting up a fraction? What does the numerator mean and what does the denominator mean? [silence]. Which one is the part and which is the total?"
>
> [Allison]: "The total is the denominator" [Mrs. Miller]: "the part is the………" [Emily]: "…numerator."
>
> [Mrs. Miller]: "When we do food, what are we going to have on top?"
>
> [Jessica]: "100".
>
> [Mrs. Miller]: "…and the total is….." [Jessica]: "250".

[Mrs. Miller]: "How do I change that to a decimal?"

[Alex]: "use a calculator".

[Mrs. Miller]: "You can use a calculator but what are you going to do?"

[Alex]: "100 slash 250…"

[Mrs. Miller]: "What did you get?" [Alex]: "0.4".

Students continued calculating decimal values of all mock party budget line items using calculators. Mrs. Miller later moved to help students change calculated decimals to percents.

[Mrs. Miller]: "So, this is four tenths but as a percent that would be…" [Emily]: "40%".

[Mrs. Miller]: "40% of what?" [Emily]: "The entire circle".

[Mrs. Miller]: "What do we know about "of"?" [Multiple Students]: "It means times".

[Mrs. Miller]: "It means multiply".

[Mrs. Miller]: "What are we going to do to figure out degrees?" [Jessica]: "0.4 × 360".

During these procedural tasks, students continued figuring out the number of degrees of a circle graph representing each line item. Based on these figures, Mrs. Miller demonstrated how to create a hand-drawn circle graph using a compass and a protractor. Observations reveal that even if the task was mathematically problematic (as discussed in the previous section) her facilitation consists primarily of stepping in and guiding the students. TMPS would suggest that she first let students work on a solution and then facilitate the use of student solutions as fodder for a classroom discussion.

In order to offer an explicit example related to a more effective planning and implementation of the two integrated instructional approaches, the following hypothetical activity and student responses serve to build on the birthday party project context. The activity asks students to decide which group spent the most of a total party budget on food. The students are given data for the four groups, each with a different budget. Students are then tasked with comparing the group spending on the specific line item for food using different strategies and then asked to justify their responses (Table 2).

Table 2.
Budget for Each Group.

	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5
Food	125	156	175	192	210
Decorations	50	75	50	100	100
Paper Goods	75	69	125	108	190
Total Budget	250	300	350	400	500

Which group spent the most amount of money on food relative to their total budget? Explain your answer. As seen in Table 3, students might respond in different ways to the described task.

Mrs. Miller could first let the students work on the problem. Subsequent classroom discussion could focus on the different ways in which students made sense of the problem through the sharing of approaches used. Mrs. Miller could carefully choose what student methods would be beneficial to incorporate into a whole class example. The hypothetical shared student solutions (Table 3) might be chosen because they represent a variety of procedural approaches that provide windows into conceptual mathematical ideas through discussion. For example, student A states:

> In order to figure out which group spent the most on food out of their entire budget I started finding equivalent fractions. I thought that if I could make them all out of 100 they would be in percent form and easy to compare. I think group 2 spent the greatest amount on food.

Mrs. Miller could question the student:

Table 3.
Sample 3 Students' Hypothetical Solution and Explanations.

Student	Group	Student Solution	Student Explanation
Student A	1	125/250=62.5/125=12.5/25 (12.5+12.5+12.5+12.5)/100=50/100=50%	In order to figure out which group spent the most on food out of their entire budget I started finding equivalent fractions. I thought that if I could make them all out of 100, they would be in percent form and easy to compare. I think group 2 spent the greatest amount on food.
	2	156/300=78/150=26/50 (26+26)/100=52/100=52%	
	3	175/350=35/70=5/10 (5+5+5+5+5+5+5+5+5+5)/100=50%	
	4	192/400=96/200=48/100=48%	
	5	210/500=105/250=21/50 (21+21)/100=42/100=42%	
Student B	1	125/250 Divide top/bottom by 5 25/50	After I had divided every group's top/bottom by five I looked at each answer. Group 2 was the only answer that was more than half. So, I think they spent the most on food.
	2	156/300 Divide top/bottom by 5 31.2/60	
	3	175/350 Divide top/bottom by 5 35/70	
	4	192/400 Divide top/bottom by 5 38.4/80	
	5	210/500 Divide top/bottom by 5 42/90	
Student C	1	125	Group 5 spent $210.00 on food and that is more than any other group.
	2	156	
	3	175	
	4	192	
	5	210	

> What do you mean by equivalent fractions? Can you show or explain to me how 125/250 = 62.5/125?

This question would hopefully unearth a discussion about how the digits represent a relationship or an underlying relative amount (McNamara & Shaughnessy, 2010; Lamon, 2005). In other words the relationship is equivalent, not the digits.

Or, student B states:

> I divided every groups top/bottom by five because I knew that five was an easy number. I then looked at each fraction and tried to figure out how close that fraction was to half. Group 2 was the only answer that was more than half. So, I think they spent the most on food.

To which Mrs. Miller could ask:

> Can you explain what you mean by figuring out how close each fraction was to half?

This question could potentially facilitate student explanation of how they compared the amount of money spent on food out of the entire budget to a reference point of ½ (of the entire budget) even though each of the groups' total budgets varied.

Student C appears to not be thinking relatively. Instead, they are considering which of the food budgets is using the highest absolute amount of money. Mrs. Miller could use this solution in comparison to other groups to facilitate discussion about absolute and relative thinking.

The classroom discussion could continue with Mrs. Miller facilitating discourse that allows students to share solutions, justify their answers, and make sense of others solutions (Cai, 2003). Further, in this example notice that the artful use of facilitation serves to strengthen the guideline of keeping the mathematics central to the problem. Using the discussed considerations of TMPS allows a teacher to better understand how to facilitate the mathematics focused PBL environment in order to ensure that the intended mathematics content is learned by the students.

Conclusion

The purpose and contribution of this paper is to connect and discuss two robust instructional strategies within education: PBL and TMPS. The instructional approach specific to mathematics education, TMPS, discusses two elements of a teacher's facilitation role including the planning of valuable tasks and the classroom facilitation of this task. We described and explored a case of a sixth (6th) grade mathematics teacher named Mrs. Miller who incorporated PBL in her teaching. We then addressed Mrs. Miller's concerns and perspectives through related observations and connections made by the authors, organized using the essential elements of a teacher's role in TMPS. We believe these essential elements of a teacher's role in TMPS should be maintained when a teacher integrates PBL in his/her practices in order to ensure students learn significant mathematical content in a project. The same considerations for a teacher's role can be used within professional development, professional learning communities, and by individual teachers to plan PBL experiences with a focus on the embedded mathematics. Importantly, this allows teachers to connect a potentially new instructional strategy to which they are being introduced—such as PBL—with previous knowledge within the field of mathematics education.

References

Buck Institute for Education (2011). *Project based learning*. Retrieved June 9, 2011 from http://www.bie.org

Bernt, P.W., Turner, S.V., & Bernt, J.P. (2005). Middle school students are co-researchers of their media environment: An integrated project. *Middle School Journal, 37*(1), 38-44.

Cai, J. (2003). What research tells us about *teaching mathematics through problem solving*. In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Teaching mathematics through problem solving: prekindergarten-grade 6* (pp. 241-253). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ertmer, P. A., & Simons, K. D. (2006). Jumping the PBL Implementation Hurdle: Supporting the Efforts of K-12 Teachers. *Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning, 1*(1). Retrieved June 13, 2013 from http://dx.doi.org/10.7771/1541-5015.1005

Geier, R., Blumenfeld, P.C., Marx, R.W., Krajcik, J.S., Fishman, B., Soloway, E., & Clay-Chambers, J. (2008). Standardized test outcomes for students engaged in inquiry-based science curricula in the context of urban reform. *Journal of Research in Science Teaching, 45*(8), 922-939.

Grant, M. M., & Branch, R. M. (2005). Project-based learning in a middle school: Tracing abilities through the artifacts of learning. *Journal of Research on Technology in Education, 38*(1), 65-98.

Helle, L., Tynjala, P., & Olkinuora, E. (2006). Project-based learning in post-secondary education—theory, practice and rubber sling shots. *Higher Education*, *51*, 287-314.

Hiebert, J. (2003). Signposts for teaching mathematics through problem solving. In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Teaching mathematics through problem solving: prekindergarten-grade 6* (pp. 53-63). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kale, U., Selmer, S., & Ravitz, J. (April 2011). *A Video case study of a PBL-mathematics classroom: Supporting professional development in West Virginia*. Paper presented at American Educational Research Association Annual Conference, New Orleans, LA.

Lamon, S. J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential knowledge and instructional strategies for teachers* (2nd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lattimer, H., & Riordan, R. (2011). Project based learning engages students in meaningful work. *Middle School Journal,* 43(2), 18-23.

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lester, F., & Charles, R. (2003). *Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-grade 6*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

McNamara, J., & Shaughnessy, M. (2010). *Beyond pizzas & pies*. Sausalito, CA: Math Solutions.

National Research Council (2000). *How people learn*. Washington, DC: National Academy Press.

Ravitz, J., Hixson, N., English, M., & Mergendoller, J. (2011, April). *Using project based learning to teach 21st century skills: Findings from a statewide initiative.* Paper presented at Annual Meetings of the American Educational Research Association. Vancouver, BC.

Van de Walle, J. (2003). Designing and selecting problem-based tasks. In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Teaching mathematics through problem solving: prekindergarten-grade 6* (pp. 67-80). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Williamson, C. (2008, August). *Why project based learning? Stages 1, 2, and 3.* Teacher Leadership Institute presentation by C. Williamson, Executive Director of the Office of Insruction. Charlesont, WV: West Virginia Department of Education. Retrieved from http://wvde.state.wv.us/teach21/ProjectBasedLearning.html

Worthy, J. (2000). Conducting research on topics of student interest. *Reading Teacher*, *54(*3), 298-299.

Yetkiner, Z.E., Anderoglu, H., & Capraro, R.M. (2008). Research summary: Project-based learning in middle grades mathematics. Retrieved September 8, 2011 from http://www.nmsa.org/Research/ResearchSummaries/ProjectBasedLearninginMath/tabid/1570/Default.aspx

La enseñanza de las matemáticas y la tecnología

Ramón Sebastián Salat Figols
Escuela Superior de Física y Matemáticas
Instituto Politécnico Nacional

Resumen
El objetivo de este trabajo es presentar argumentos en el sentido de que el uso de las herramientas de computación ha pasado a formar parte de la cultura del hombre como parte de un proceso histórico y cultural que marca una nueva etapa del desarrollo. Primero, se presentan los aspectos más importantes desde un punto de vista histórico; luego, se muestran algunos ejemplos de uso para ilustrar su potencial en la ciencia y en la educación. Finalmente, se plantean algunos elementos fundamentales con respecto a la relación entre la creación y el uso de herramientas computacionales y el pensamiento del hombre.

Palabras clave
Innovaciones tecnológicas, matemáticas, matemática educativa, tecnología educativa.

The teaching of Mathematics and Technology

Abstract
The goal of this paper is to present arguments that the use of computational tools has become part of the culture of humanity, as part of a historical and cultural process that marks a new stage in its development. First, we present the most important aspects from a historical point of view; then we show some examples of use to illustrate its potential in science and education. Finally, we propose some fundamental elements with respect to the relation between creation and the use of computational tools and the thought of humanity.

Keywords
Technological innovations, mathematics, educational mathematics, educational technology.

Recibido: 12/07/2013
Aceptado: 21/08/2013

Introducción

La tecnología ha influido en la enseñanza de las matemáticas de dos maneras diferentes. Una de ellas, debido a los cambios que el quehacer matemático ha tenido con la aparición de las computadoras, que pueden procesar rápidamente grandes cantidades de datos, lo cual ha influido en la definición de los programas de las asignaturas de matemáticas. Otra, debido a que las computadoras se han convertido en un recurso para potenciar el aprendizaje. En ambos aspectos, el efecto ha ido creciendo debido a los avances en la propia tecnología computacional y a un paulatino efecto de penetración de estos recursos en la sociedad en general.

El conocimiento de los dos aspectos es imprescindible para lograr una pertinente actualización de los programas de las asignaturas de matemáticas. Esto es, para evitar su obsolescencia con respecto a los cambios que a futuro se esperan.

Por otro lado, existen estudios que nos permiten entender mejor el modo en el que las herramientas computacionales modifican nuestros procesos cognitivos.

El propósito de este artículo es proporcionar elementos para establecer que las herramientas computacionales han pasado a formar parte de nuestra vida, desde un punto de vista cultural, y proporcionar una perspectiva de los aspectos señalados que permita al lector, por un lado, entender que el uso de la tecnología en la educación es un aspecto de gran importancia para la formación de los educandos y, por otro, proporcionar información actualizada que le permita adentrarse en los aspectos señalados.

Un breve repaso histórico

En 1834, el matemático Charles Babbage diseñó su máquina analítica. Ésta era capaz de realizar las cuatro operaciones aritméticas fundamentales: tenía una unidad de memoria; era programable, lo cual permitía el direccionamiento condicional y los ciclos; se introducían los datos con tarjetas perforadas; y era capaz de imprimir los resultados. Es decir, tenía las características de las computadoras de hoy (Bromley, 1982). Desafortunadamente, nunca pudo ser construida, pero, aun así, la idea de Charles Babbage dejó una importante huella en la historia de la computación. En 1945, el matemático John von Neumann diseñó una computadora electrónica llamada EDVAC, que fue construida y entró en operación en 1952 (Von Neumann, 1945). La EDVAC era capaz de resolver, por ejemplo, ecuaciones diferenciales parciales no lineales, y su diseño tenía una arquitectura que es la de la mayoría de las computadoras modernas. Quizá la diferencia más importante entre la EDVAC y las computadoras anteriores es que las anteriores podían realizar alguna tarea específica, y si se deseaba que realizaran otra había que cambiar las conexiones en los circuitos; mientras que la EDVAC podía cambiar de tarea si se introducía un programa en la misma memoria de la máquina. La EDVAC fue la materialización de la idea de Charles Babbage y de una genial invención de von Neumann. Una manera de conocer más acerca de la relación entre el desarrollo de la matemática y la computación, en sus orígenes, es estudiar la obra de von Neumann (Glim, Impagliazzo, Singer, 1988). Uno de los primeros trabajos importantes de simulación, usando la computadora, fue en la difusión de neutrones, para estudiar el fenómeno de la fisión nuclear; lo realizaron Stanislao Ulam y John von Neumann (Eckhardt, 1987).

Al principio, las computadoras se programaban en lenguaje de máquina; las instrucciones se introducían en la forma de números binarios; los programas eran listados de números en este formato. La programación era un trabajo sumamente tedioso y sujeto a muchas posibilidades de cometer errores. Se crearon los primeros lenguajes ensamblador, que traducían las instrucciones escritas con nombres cortos para las operaciones y números en hexadecimal al lenguaje de máquina. Después, se crearon lenguajes con los cuales era más sencillo escribir un algoritmo para resolver algún problema y el correspondiente compilador, el programa que traduce las instrucciones del lenguaje a lenguaje ensamblador. En 1956, nació el primer compilador Fortran, cuyo significado es Formula Translating System (Knuth, Trabb, 1976). Este compilador traducía un programa escrito en un lenguaje accesible para el público en general a un programa en lenguaje ensamblador, es decir, en el lenguaje utilizado por la máquina. Con los primeros compiladores Fortran, muchos científicos pudieron crear sus propios programas y utilizar la computadora en sus investigaciones. Pero, aun así, su uso era limitado, porque las computadoras solamente podían ser adquiridas y mantenidas por empresas e instituciones públicas. Una de las computadoras más económicas en la época era la PDP-8, y la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional tenía una en 1968. Kemmeny y Kurtz (1968) crearon un nuevo lenguaje de programación, el BASIC, cuyas siglas en español son Código Simbólico de Instrucciones de Propósito General para Principiantes.

En la década de 1970 aparecieron las primeras computadoras personales, que permitieron que usuarios individuales tuvieran una.

En 1967, Bolt, Beranek, Newman y Papert desarrollaron el lenguaje Logo, marcando una etapa importante de influencia en la educación. El Logo se utiliza en la enseñanza para diseñar actividades para explorar conceptos matemáticos mediante la programación (Papert, 1995, 1996, 2000). En muchos planes y programas de estudio se incluyeron actividades con el lenguaje Logo (Sacristán, 2011).

Actualmente, existen las computadoras personales de muy bajo costo, comparativa y notablemente más poderosas que las de la década de 1970. También existen calculadoras programables que pueden graficar y tabletas para las cuales hay programas que las hacen muy útiles técnica y pedagógicamente.

Hoy existen sistemas operativos gratuitos para las computadoras personales –por ejemplo, algunas versiones de Linux– para los cuales hay una gran variedad de programas útiles para la educación y el trabajo profesional en las ciencias exactas. Por ejemplo, Maxima, Reduce y Xcas pueden efectuar cálculo simbólico y numérico; Scilab y Octave pueden realizar cálculo numérico; Geogebra sirve para explorar objetos geométricos; Lyx, para escribir trabajos científicos; el compilador gcc funciona para compilar programas en C y en Fortran; Python, Lua y Ruby, para escribir programas en lenguaje de *scripts*; gnuplot, puede realizar gráficos para las ciencias y la ingeniería.

Las calculadoras graficadoras y programables tienen diferentes recursos en un solo dispositivo, lo cual las hace muy útiles y fáciles de transportar. Usualmente, se pueden programar en BASIC, pueden graficar funciones en dos y tres dimensiones, y suelen tener un sistema de álgebra computacional. Además, podemos intercambiar información entre la calculadora y la computadora personal. Algunas tienen hoja de cálculo y un programa para explorar objetos geométricos.

Existen también las tabletas, delgadas y ligeras, que se transportan fácilmente y tienen recursos táctiles de interacción. Para ellas hay una gran variedad de programas para uso en las ciencias, la ingeniería y la educación, muchos de ellos gratuitos. Existen versiones de Xcas, Maxima, Octave, Python, Lua, y Reduce para tabletas. Además, algunos modelos recientes son comparativamente muy económicos.

Algunos ejemplos de uso de la computadora en matemáticas

Uno de los usos más difundidos de la computadora en el terreno de las matemáticas fue para demostrar el teorema del mapa de cuatro colores. El teorema existía como una conjetura desde 1852. A grandes rasgos, el teorema afirma que solamente se requieren cuatro colores para iluminar un mapa plano sin que dos regiones adyacentes compartan el mismo color. La computadora ayudó a reducir el número de casos particulares a considerar en la demostración (Appel, Haken, 1977).

Otro uso importante de la computadora en la ciencia es el de autómatas celulares para modelar el mundo físico (Wolfram, 2002).

Margolus y Toffoli (1987) utilizan la simulación en computadora de autómatas celulares para modelar la dinámica de los fluidos y estudiar fenómenos, como la reversibilidad, la difusión y el equilibrio.

Otro campo de estudio en el que la computadora ha sido un auxiliar importante es el del fenómeno de la percolación. A manera de metáfora, considere una cuadrícula en la que cada celda puede estar vacía u ocupada por un árbol y que en alguna de las celdas se inicia un incendio; interesan preguntas, tales como: ¿cuál es la probabilidad de que el incendio acabe con todo el bosque? Existe una cantidad particularmente importante de probabilidades, llamada probabilidad crítica de percolación, que hasta hoy solamente puede ser calculada aproximadamente por simulación en computadora. Para una introducción al tema puede consultar a Salat (2005).

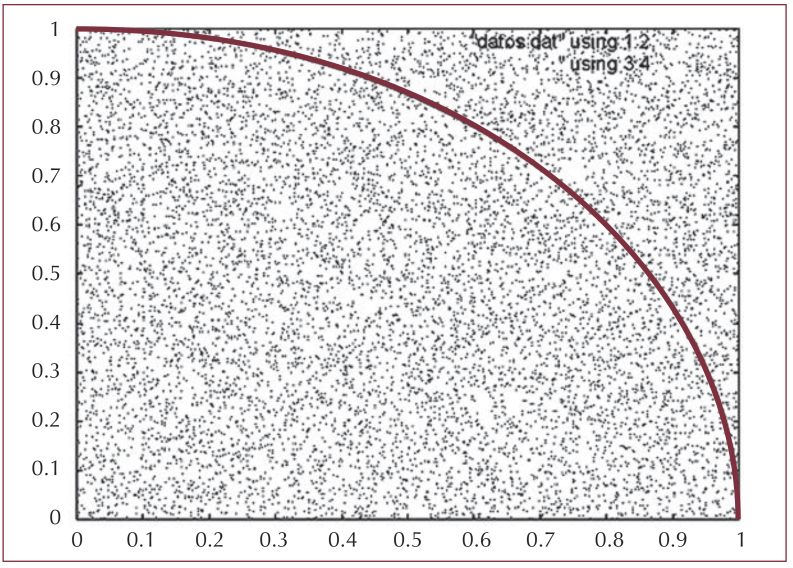
Nagel y Schreckenberg (1992) introdujeron un autómata celular para modelar el tráfico de vehículos a escala microscópica. Para estudiar el tráfico de vehículos en una autopista de un solo carril se supone que está dividida en celdas de igual tamaño, cada una de las cuales puede estar vacía u ocupada por un vehículo. Los vehículos no pueden sobrepasar una velocidad máxima $v_{\max}$. Si la velocidad de un vehículo es v, las reglas que definen al autómata son las siguientes: 1) si $v<v_{\max}$, la velocidad se incrementa en 1; 2) si v es menor que el número de celdas entre el vehículo y el siguiente más cercano, entonces v se igual a dicho número de celdas; 3) si $v>0$, v disminuye en una unidad con probabilidad p; 4) el vehículo avanza v celdas. Estas reglas se aplican de manera paralela a todos los vehículos. Por medio de la simulación puede estudiarse, por ejemplo, la formación y el comportamiento de los embotellamientos de tráfico. Una introducción al tema se halla en Salat (2006).

Otro recurso importante disponible es la hoja de cálculo. Con ella podemos ver, en una sola hoja, por ejemplo, la realización de un algoritmo. Las hojas de cálculo se usan frecuentemente en tareas de simulación en aspectos económicos y financieros.

A continuación se presentan algunos ejemplos sencillos de uso de la tecnología para la solución de problemas. El propósito de presentar estos ejemplos es mostrar cómo la tecnología nos ofrece nuevas perspectivas para analizar los problemas. El primer y el segundo problemas se refieren al uso de la computadora para realizar simulaciones que permitan estimar los parámetros π y $\sqrt{2}$. En el tercero se resuelve un problema de flotación, usando el cálculo simbólico; la ventaja de usar el cálculo simbólico es que se obtiene una expresión algebraica para la profundidad a la que se sumerge el cuerpo, lo cual permite manipulaciones simbólicas posteriores. El cuarto problema nos muestra cómo se puede usar el cálculo simbólico para convertir el método de iteraciones sucesivas de Picard en un recurso para aproximar las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. En el quinto problema se muestra cómo el cálculo simbólico puede ayudarnos a trabajar con diferencias finitas y con aproximaciones por la fórmula de Taylor. Finalmente, se presenta el ejemplo del problema de las torres de Hanói, para ilustrar la fuerza del método recursivo en la programación.

1) Cálculo de π por simulación
Se lanzan aleatoriamente dardos a un cuadrado de lado 1 y se observa la proporción que cae en el interior del cuarto de círculo, que pasa por dos vértices opuestos del cuadrado y tiene por centro uno de los otros vértices (gráfica 1).

Gráfica 1.



Esta proporción, cuando el número de dardos sea muy grande, será prácticamente igual a la razón del área del cuarto de círculo al área del cuadrado, esto es, igual a $\pi/4$.

A continuación se presenta un programa en BASIC para la calculadora TI-Nspire™ CAS CX:

```
: Definecalcpi(n)=
:Prgm
:cuenta:=0
:For i,1,n
:   x:=rand()
:   y:=rand()
:   d:=x^(2)+y^(2)
:   If d<1 Then
:       cuenta:=cuenta+1
```

```
:   EndIf
:EndFor
:Disp 4*cuenta/n
:EndPrgm
```

Con un millón de dardos, se obtuvo 3.14051 como aproximación para π. Actualmente, dentro de la teoría de la simulación existen técnicas para mejorar el resultado, por ejemplo, las de reducción de la varianza.

2) Cálculo de $\sqrt{\pi}$ por simulación

Si tomamos un número considerablemente grande de puntos uniformemente distribuidos en el intervalo (0,2) y nos fijamos en la proporción de los que son menores que $\sqrt{2}$, ésta será, aproximadamente, $\sqrt{2}/2$. Considerando que un número en el intervalo n (0,2) es menor que $\sqrt{2}$ si, y solamente si, su cuadrado es menor que 2, la proporción de números del intervalo (0,2) que son menores que $\sqrt{2}$ es igual a la proporción de números cuyo cuadrado es menor que 2. El siguiente programa en Python, se ejecutó en una tableta:

```
from random import random
n=10000000
cuenta=0
for i in range(n):
    x=2. *random()
    if x*x<2:
        cuenta=cuenta+1
print 2. *float(cuenta)/float(n)
```

Considerando diez millones de puntos, se obtuvo 1.4141836.

3) Problema de flotación

Una boya esférica de radio 1 m y peso w se pone en la superficie del agua: ¿cuál es la profundidad y que se sumerge como una función de w?

Para que la boya esté en equilibrio, el peso de la misma debe ser igual al volumen del agua desalojada. El volumen del casquete esférico sumergido a una profundidad y es

$$\frac{\pi y^2}{3}(3-y).$$

Luego, la ecuación de equilibrio es:

$$\pi y^2 - \frac{\pi}{3} y^3 = \frac{w}{\rho_a g} \tag{1}$$

Donde $\rho_a = 1000\ {}^{kg}\!/_{m^3}$ es la densidad del agua y $g = 9.81\ {}^{m}\!/_{s^2}$ es el valor de la gravedad. Por comodidad, se toma

$$\frac{w}{\rho_a g} = x.$$

Así, la ecuación de equilibrio queda:

$$\pi y^2 - \frac{\pi}{3} y^3 = x. \tag{2}$$

Si en la TI-Nspire™ cas cx ponemos la instrucción

$$\text{solve}\left(\pi y^2 - \frac{\pi}{3} y^3 = x, y\right)$$

nos da tres soluciones, de las cuales solamente una corresponde a la realidad física, a saber:

$$y = 2\sin\left(\frac{\sin^{-1}\left(\frac{3x - 2\pi}{2\pi}\right)}{3}\right) + 1. \tag{3}$$

No todos los sistemas de álgebra computacional pueden resolver la ecuación (2) para y en forma simbólica. Se puede graficar la función para formarse una idea rápida de su comportamiento. La solución puede obtenerse mediante las fórmulas de Cardano, pero es bastante laborioso hacerlo de ese modo.

Los sistemas de álgebra computacional pueden llegar a ser muy útiles, como en el problema anterior, sin embargo, también requieren de una cuidadosa interpretación de los resultados. Por ejemplo, a la instrucción

$$\text{solve}\left(\frac{x^2 - x}{x - 1} = 1, x\right)$$

el sistema responde $x = 1$, cuando en realidad la ecuación

$$\frac{x^2 - x}{x - 1} = 1$$

no tiene solución. Si suponemos que existe un número real x que satisface la ecuación, entonces debe ser $x \neq 1$, pasando $x - 1$ al miembro de la derecha en la ecuación y simplificando se obtiene $(x-1)^2 = 0$, o sea, $x = 1$, lo cual contradice nuestra anterior afirmación de que $x \neq 1$; por tanto, la ecuación no tiene solución.

4) Solución aproximada de una ecuación diferencial por el método de iteraciones sucesivas de Picard

Para demostrar el teorema de existencia y unicidad de la solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden $y'=f(x,y)$ sujeta a la condición $y(0)=y_0$, es usual emplear el operador:

$$\Phi\left(g(x)\right) = y_0 + \int_0^x f\left(t, g(t)\right) dt$$

Se demuestra que, bajo ciertas hipótesis, el operador tiene un punto fijo, y luego se demuestra que la función punto fijo es la solución de la ecuación diferencial. Este método puede emplearse también para aproximar la solución de una ecuación diferencial, usando un programa de cálculo simbólico. Por ejemplo, si queremos resolver la ecuación $y'=xy^2-y$, sujeta a la condición $y(0)=1$, podemos proceder del siguiente modo:

$$\text{Define } f1(s) = 1$$
$$\text{Define } g2(x) = 1 + \int_0^x \left(tg1(t)^2 - g1(t)\right)$$
$$\text{Define } g3(x) = 1 + \int_0^x \left(tg2(t)^2 - g2(t)\right)$$
$$\ldots$$

Así se obtienen:

$$g2(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2}$$
$$g3(x) = 1 - x + x^2 - \frac{5x^3}{6} + \frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{24}$$

Realizar estos cálculos manualmente es un método impráctico; pero con un sistema de álgebra computacional este método proporciona un nuevo recurso para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias.

5) Algunas posibilidades del cálculo simbólico.

Si en la TI-Nspire™ CAS CX, ponemos:

$$\text{Define } f1(x) = f(x+h) - f(x)$$
$$\text{Define } f2(x) = f1(x+h) - f1(x)$$
$$\text{Define } f3(x) = f2(x+h) - f2(x)$$

Si ponemos $f3(x)$ y apretamos ENTER, se obtiene la fórmula general para las terceras diferencias:

$$f(x+3h) - 3f(x+2h) + 3f(x+h) - f(x)$$

Si ponemos:

$$f(x) := x^2$$

y luego $f2(x)$ y apretamos ENTER, se obtiene: $2h^2$. O sea, se obtiene la segunda diferencia para la función x^2. Incluso se puede trabajar con operadores, como el siguiente:

$$\text{Define aprox}(f,n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{h^i}{\prod_{j=1}^{i} jdx} \frac{d^i}{dx^i}(f)$$

Si ponemos aprox(x^2,2) y apretamos ENTER, se obtiene $2hx+h$, que es la primera diferencia de la función, aproximada por la fórmula de Taylor a orden 2.

Es decir, los programas de cálculo simbólico facilitan la exploración del comportamiento de las funciones y de su aproximación.

6) El problema de las torres de Hanói

Se tienen tres postes y n aros, todos de diferente tamaño, insertados inicialmente en uno de los postes por orden de tamaño, de tal manera que el aro más grande está abajo y el más pequeño arriba. El problema consiste en mover los aros, uno por uno, de un poste inicial a otro final, usando el tercero como auxiliar. La condición es que en todo momento los aros estén ordenados por tamaño en todos los postes (con el mayor abajo y el menor arriba).

Numeremos los postes con 1, 2 y 3. Si tenemos un solo aro, claramente el problema tiene solución. Si suponemos que podemos pasar n aros del poste 1 al 3, utilizando el 2 como auxiliar, entonces también podemos pasar $n+1$ aros del poste 1 al 3, utilizando el 2 como auxiliar. Veamos cómo: pasamos los n aros más pequeños del poste 1 al 2, utilizando el 3 como auxiliar; luego, pasamos el aro mayor del poste 1 al 3; y finalmente, pasamos los n aros que están en el 2 al 3, utilizando el 1 como auxiliar. Así, por el principio de inducción matemática, el problema tiene solución para cualquier número de aros. Para saber cuáles movimientos tenemos que hacer podemos usar el siguiente programa en Python:

```
defhanoi(i,a,f,n_aros):
ifn_discos>0:
hanoi(i,f,a,n_aros-1)
    print "de ",i,' a ',a
hanoi(a,i,f,n_aros-1)
n_aros=4
hanoi(1,2,3,n_aros)
```

Cambiando el valor de la variable *n_aros* obtenemos las soluciones para el número de aros que deseemos, pero hay que considerar que el tiempo de ejecución del programa crece rápidamente con el número de aros. Para resolver el problema con *n_aros*, utilizando *i* como poste inicial, a como auxiliar y *f* como final, resolvemos el problema para *n_aros*−1 número de aros; esto es, movemos los *n_aros*−1 del poste inicial al poste auxiliar (utilizando el que antes era final como auxiliar); luego, movemos el aro que queda en el poste inicial al final; por último, movemos los *n_aros*−1 que están en el poste auxiliar al final (utilizando como auxiliar el que antes era el poste inicial). Repetimos el proceso hasta que el número de aros sea 1. Es sorprendente que un programa tan sencillo pueda resolver un problema aparentemente bastante complejo. Este programa puede ejecutarse en muchas tabletas.

El pensamiento y sus herramientas

En esta sección se presentan algunos elementos fundamentales de la relación entre la creación y el uso de herramientas y el pensamiento del hombre; estos dos elementos están íntimamente ligados a lo largo de la historia de la humanidad.

Una característica importante de la mente del hombre es poder recordar a voluntad acontecimientos ocurridos anteriormente, independientemente del entorno o ambiente en el que se encuentre. El resto de los animales solo pueden recordar acontecimientos que de alguna manera estén relacionados con el entorno en el que se hallan (Donald, 1991). Esta diferencia tiene consecuencias importantes en el proceso cognitivo: la actividad mental de los animales es circunstancial; la del hombre, por el contrario, va más allá. Esta diferencia se refiere a la capacidad de la memoria interna. Donald (1991) señala que existen tres etapas importantes en el desarrollo de la mente del hombre. La primera, consiste en la aparición de las habilidades motrices de imitación, que le permiten comunicar acontecimientos a partir de secuencias de movimientos corporales. La segunda, es la aparición del habla. La tercera, es aquella en la que se externa la memoria, que en sus orígenes consistió en la aparición de la escritura (o incluso antes, si se consideran las pinturas rupestres). Donald (1991) también señala que en las dos primeras etapas el pensamiento del hombre dependía de su memoria biológica, que estaba limitada por lo que había visto u oído. La memoria externa admite cambios en la representación de la información; esto enriquece los procesos de pensamiento (Donald, 2001). La multiplicación de las formas de representación favorece la concepción de objetos, en abstracto, más allá de cualquiera de sus representaciones.

Los sistemas computacionales, al igual que los libros, crean grandes espacios de memoria externa que almacenan información, trascendiendo el tiempo y el espacio. Estos recursos cognitivos promueven el conocimiento social y acumulativo. Antes de que existieran dichos recursos, la información a la que un hombre podía acceder era aquella que podía transmitirse de una persona a otra. Con la aparición de la Web es posible acceder a un volumen mucho mayor de información que el que podía consultarse en las bibliotecas tradicionales. Al respecto, Donald (2001) señala los peligros para la evolución cultural por la aparición de la Web, en la cual existe una gran cantidad de flujo de información diversa sin un control que pueda dar rumbo a la educación. Ahora, la evolución del hombre depende más de los rápidos cambios tecnológicos que de los cambios biológicos.

Los recursos computaciones pueden pensarse como herramientas de mediación en los procesos cognitivos (Moreno, 2001), de manera similar al lenguaje y a la escritura como instrumentos intelectuales inventados por el hombre para realizar sus propósitos. Moreno (2001) también señala que la computadora, además de permitir la construcción de representaciones externas, permite efectuar transformaciones en ellas, es decir, estas representaciones son ejecutables, podemos actuar sobre ellas. Nuestros procesos cognitivos transcurren mediante nuestra interacción con los objetos matemáticos por medio de la computadora.

Con las computadoras amplificamos nuestras capacidades, podemos resolver problemas que por su complejidad de cálculo, por ejemplo, nos sería imposible resolver sin ellas. Pero, además, el uso de la computadora cambia la naturaleza de la actividad misma (Pea, 1985). Por ejemplo, en el problema de flotación presentado anteriormente, si no tuviéramos un sistema de álgebra computacional, tal vez hubiéramos resuelto la ecuación en forma numérica para diferentes valores de x. De la misma manera, con la calculadora simplemente podemos copiar la fórmula dada por el sistema de álgebra computacional y pegarla en la herramienta para graficar; si no tuviéramos la herramienta, quizá se nos ocurriría construir una tabla y la gráfica correspondiente, o bien utilizar herramientas de cálculo para estudiar su comportamiento.

Cuando volvemos cotidiano el uso de una herramienta, cuando se vuelve un recurso para un fin, cuando la usamos sin pensar en ella, la herramienta se convierte en un instrumento con un propósito ajeno a ella. Se vuelve transparente (o invisible); mientras esto no ocurra, la herramienta seguirá siendo ajena a nosotros, no la tendremos interiorizada como un recurso en nuestros procesos de pensamiento. Al respecto, cabe señalar que uno de los problemas del uso de la tecnología en los planes y programas de estudio de la mayoría de las instituciones educativas de hoy es, precisamente, que la tecnología aparece dentro de cursos específicos, cuyo tema de estudio es la misma tecnología. En realidad, su uso debería estar integrado en los programas de las diferentes materias; de no ser así, es difícil que se dé el paso de herramienta a instrumento.

Por otro lado, las herramientas computacionales tienen una característica muy importante: se reconstruyen sin cesar. Por ejemplo, en una computadora podemos agregar programas para diferentes propósitos, y la herramienta se desdobla en muchos posibles instrumentos. Puede decirse que ésta es la herencia de las grandes ideas de Charles Babbage y de John Von Neumann. Una misma computadora puede utilizarse, por ejemplo, para resolver problemas, como el de la flotación, presentado arriba, o puede usarse como un medio de comunicación entre los estudiantes y el profesor.

Conclusiones

Las computadoras actuales, en su mayoría, tienen una estructura a la que llamamos arquitectura de von Neumann, y surge por necesidades de la sociedad durante y después de la II Guerra Mundial. La idea fundamental de von Neumann –cuyo antecedente quizá pueda decirse que fue la máquina analítica de Charles Babbage– de modificar la capacidad de la computadora para realizar diferentes tareas, introduciéndole un programa, le dio una versatilidad de importantes consecuencias. En una sola computadora coexisten muchos instrumentos. La invención y la evolución de la computadora definen una nueva etapa de desarrollo, desde un punto de vista socio-cultural, para la especie humana. La disponibilidad de una memoria externa ampliada, en la que se pueden representar objetos matemáticos con los cuales se puede interactuar, cambia la naturaleza de los procesos cognitivos dentro del pensamiento matemático.

En la enseñanza de las matemáticas, si los programas de estudio de las asignaturas concentran el aprendizaje del uso de los recursos computacionales en unas pocas materias, en lugar de distribuirlos a lo largo de las diferentes asignaturas, entonces las herramientas difícilmente se convertirán en instrumentos, y, como consecuencia, no habrá una auténtica incorporación de las nuevas tecnologías en el proceso educativo. Y nuestros educandos, cognitivamente hablando, podrían quedarse en una generación anterior.

Incorporar la tecnología en los diferentes cursos implica repensar el contenido de los mismos y la metodología con la que se imparten. Es decir, no se trata de un mero ejercicio de agregar a los planes actuales algunos tópicos referentes a la tecnología. Por ejemplo, no es suficiente que el plan de estudios de una carrera de ciencias o de ingeniería tenga una materia dedicada a la programación: hay que repensar, además, los programas de otras asignaturas, para que utilicen esta herramienta como un recurso para mejorar el aprendizaje de otros temas.

Por otro lado, dada la rapidez con la que ocurren los cambios tecnológicos, es necesario fomentar que los alumnos aprendan por sí mismos, pues es imposible pretender que el conjunto de conocimientos que aprendan durante la carrera tenga vigencia durante toda su vida profesional.

Por tanto, queda mucho trabajo creativo por hacer en cuanto al uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, tanto en el campo de la investigación como en el de la creación de materiales y propuestas didácticas.

Referencias

Appel, K., y Haken, W. (1977). The solution of the Four-Color-Map Problem. *Scientific American, 237,* 108-121.

Bromley, (1982). Charles Babbage's Analytical Engine, 1838. *IEEE Annals of the History of Computing*, *4*(3), 196-217.

Donald, M. (2001). Memory Palaces: The Revolutionary Function of Libraries. *Queen's Quarterly 108*(4), 559-572.

Donald, M. (1991). *Origins of the Modern Mind*, Cambridge, MA.: Harvard University Press.

Eckhardt, R. (1987). Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo Method. *Los Alamos Science*, *15*(Special Issue).

Glimm, J., Impagliazzo, J., y Singer, I. (1988). The Legacy of John von Neumann. *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, (50). Providence, Rhode Island: American Mathematical Society.

Kemeny J. G., y Kurtz, T. M. (1968). *Basic Programming*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.

Knuth, D. E., y Trabb, L. (1976). *The early development of programming Languajes*. Stanford, CA: Computer Science Department, Stanford University.

Moreno, L. (2001). *Memorias del Seminario Nacional: Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas*. Bogotá, Col.: Ministerio de Educación Nacional.

Nagel, K., Schreckenberg, M. (1992). A cellular automaton model for freeway traffic. *J. Phys. I France 2,* 2221-2229.

Papert, S. (2000). What's the big idea? Toward a Pedagogy of idea power. *IBM Systems Journal*, *39*(3-4), 720-729.

Papert, S. (1996). An exploration in the space of Mathematics Educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *1*(1), 95-123.

Papert, S. (1995). *La máquina de los niños. Replantearse la educación en la era de los ordenadores*. Barcelona, Es.: Paidós.

Pea, R. (1985). Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist, 20*(4), 167-182.

Sacristán, A. I. (2011). *Programación computacional para matemáticas de nivel secundaria. Notas para el maestro*. CINVESTAV, Departamento de Matemática Educativa, Programa EMAT-Logo. Recuperado de: http://www. matedu. cinvestav. mx/ ~asacristan/ Programa_EMAT-Logo. php

Salat, R. S. (2006). Exploración del fenómeno de tráfico de vehículos con la calculadora. *Números*, (64).

Salat, R. S. (2005). El fenómeno de la percolación. *Miscelánea Matemática*, *41,* 23-30. Sociedad Matemática Mexicana.

Toffoli, T., y Margolus, N. (1987). *Cellular Automata Machines*: *A new environment for modeling*. Cambridge, MA: MIT Press, Series in Scientific Computation.

Von Neumann, J. (1945). First draft of a report on the EDVAC. *IEEE Annals of the History of Computing 15*(4), 28-75.

Wolfram, S. (2002). *A New Kind of Science*. Winnipeg, Can.: Wolfram Media Inc.

La transposición contextualizada: un ejemplo en el área técnica

Elia Trejo Trejo
Natalia Trejo Trejo
Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital

Resumen

En este artículo se identifica la transposición contextualiza descrita en la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias; a partir de esta última se hace un análisis de la transformación que sufre un conocimiento desde el nivel matemático hasta el nivel de aplicación de las matemáticas, en el contexto del nivel Técnico Superior en Procesos Alimentarios. También se consideran algunas de las ideas fundamentales de Chevallard en la Teoría sobre la Transposición Didáctica. Para evidenciar las transposiciones didáctica y contextualizada, se analiza el tema del sistema de ecuaciones algebraicas lineales y su aplicación en un problema del área técnica. Los hallazgos señalan que los sistemas de ecuaciones lineales, como son presentados en las clases de matemáticas, difieren al momento de ser aplicados en el área técnica. Esta situación da cuenta de la dificultad de los estudiantes para transferir y aplicar el conocimiento matemático.

Palabras clave

Ecuaciones algebraicas lineales, Matemática en el Contexto de las Ciencias, transposición contextualizada, transposición didáctica.

Contextual Transposition: An example in the technical area

Abstract

In this article, we identify the contextual transposition described in the Mathematics in the Science Context theory. Based on this, we analyze the transformation that knowledge undergoes from the mathematical level to the level of mathematical application in the context of Advanced Technician in Food Processing. We also considered some of Chevallard's fundamental ideas in his theory of Didactic Transposition. To demonstrate the didactic and contextual transposition, we analyzed the system of linear algebraic equations and its application in a problem in a technical area. The findings indicate that systems of linear algebraic equations as presented in mathematics classes differ from their application in technical areas, accounting for the difficulty for students in the transference and application of mathematical knowledge.

Keywords

Linear algebraic equations, Mathematics on Sciences Context, contextual transposition, didactic transposition.

Recibido: 15/07/2013
Aceptado: 23/08/2013

Introducción

Una de las ideas esenciales que se manejan en la actualidad con respecto al estudio y la enseñanza de las matemáticas es que los aprendizajes y los saberes sean significativos y aplicables para los estudiantes, tanto en su vida diaria como en su quehacer profesional; es decir, que lo que se observa en la escuela sea productivo en su entorno y en su vida cotidiana; además de que no vean los conocimientos como entes aislados que solamente se crean en un determinado contexto o por personajes que nada tienen que ver con su vida. Esto es lo que podemos observar cuando Chevallar menciona que el saber erudito se crea sin la pretensión de ser enseñado; es la intención de difundirlo la que da pie al proceso de transformación didáctica, que se conoce como transposición didáctica.

Desde esta perspectiva, en el sistema didáctico cobran la misma importancia el profesor, los estudiantes, los conocimientos a enseñar (saberes) y el contexto. Sin embargo, es papel fundamental del profesor el dominio del conocimiento matemático aplicado a áreas de formación del estudiante, con la finalidad de establecer propuestas didácticas que resignifiquen las matemáticas y contribuyan a que los estudiantes dejen de percibirlas como un cúmulo de datos y ecuaciones algorítmicas descubiertas por investigadores, y de pensar que aprenderlas consiste en memorizar procesos para dar con la solución automática de problemas planteados por el profesor (Camarena, 2000). Presentar una matemática como la descrita provoca que el estudiante no sea competente en la transferencia del conocimiento matemático para solucionar problemas reales y en aplicarlo en su contexto profesional. Consecuentemente, es función del profesor fomentar la integración de los conocimientos matemáticos en el área técnica de los futuros profesionistas y, desde luego, saber cómo presentar los conocimientos para facilitar su aprendizaje.

Aun cuando sabemos que los nuevos modelos educativos se centran en el estudiante y su aprendizaje, se ha considerado importante analizar cómo se presenta en el aula el conocimiento matemático y los cambios necesarios que sufre (transposición) para ser utilizado en el área de competencia de los estudiantes. Lo anterior se justifica, dado que una vez que se conoce lo anterior se pueden diseñar y rediseñar estrategias didácticas que vinculen el conocimiento matemático con el de otras áreas de conocimiento, coadyuvando, así, en el aprendizaje de los estudiantes.

Problema de investigación

En el nivel Técnico Superior Universitario, específicamente en el Programa Educativo de Procesos Alimentarios, es común encontrar que los estudiantes aprueben la materia de matemáticas. Sin embargo, más común es la queja de los profesores del área técnica de que, a pesar de aprobar matemáticas, los estudiantes no son competentes en la aplicación de las mismas en las materias técnicas (Trejo y Camarena, 2009; Trejo y Camarena, 2010). Al respecto, se pueden dar explicaciones desde diferentes vertientes, por ejemplo, Camarena (1995) y Rivera y colaboradores (2003) coinciden en que esto se ve favorecido por la falta de conceptualización y por presentar conocimientos aislados, desarticulados y sin significado para los estudiantes. Sin embargo, en la investigación que se reporta por medio de este artículo se asume que la problemática descrita deriva, entre otras cosas, de un proceso de transposición contextualizada. Es decir, la matemática que se enseña en el salón de clases es significativamente diferente a la que se requiere en el área técnica o, en su defecto, sufre modificaciones que el estudiante no conceptualiza, dado que el conocimiento matemático aprendido no es aplicado tal cual fue enseñado por el profesor.

Para dar cuenta de lo anterior se ha seleccionado un problema matemático del área técnica, relacionado con la mezcla de dos gases, clasificado como un problema de balance de materia. Los profesores del área técnica señalan que para solucionarlo se requiere aplicar un sistema de ecuaciones lineales, caracterizándolo como de bajo grado de dificultad.

A partir del problema técnico expuesto, se establece la posibilidad de efectuar un análisis de los conceptos matemáticos presentes en el proceso de enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales, para determinar su pertinencia como objetos de enseñanza en el área técnica. Esto es fundamental, debido a que, según Chevallard (1980), no todo concepto matemático es susceptible de ser un objeto de enseñanza, así como no todo concepto enseñado ha sufrido un proceso de transformación adecuado.

Lo anterior justifica el objetivo principal de este trabajo, el cual consiste en analizar la transposición didáctica y la transposición contextualizada presentes en la enseñanza y el aprendizaje de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, en el nivel Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios.

Marco teórico

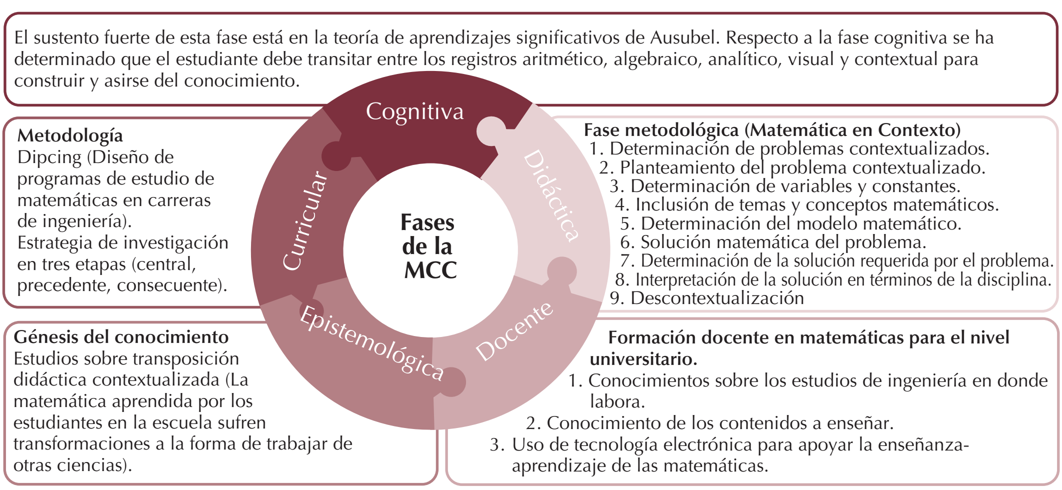
Matemática en el Contexto de las Ciencias

La Matemática en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 1984; 1995; 2000) se ha desarrollado desde 1982 hasta la fecha por medio de investigaciones, principalmente en el Instituto Politécnico Nacional de México, y reflexiona acerca del vínculo que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las situaciones de la vida cotidiana, así como su relación con las actividades profesionales y laborales.

La teoría se fundamenta en tres paradigmas: la matemática es una herramienta de apoyo y una materia formativa; tiene una función específica en el nivel superior; los conocimientos nacen integrados. El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren, y que con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, porque se pretende contribuir a la formación integral del estudiante y a construir una matemática para la vida.

La Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC) aborda la problemática del aprendizaje y la enseñanza de la matemática en las carreras del nivel superior, donde la matemática no es una meta en sí misma, sino una herramienta de apoyo a las ciencias y una materia formativa para los estudiosos científicos. Para ello, concibe el proceso de aprendizaje y de enseñanza como un sistema en el que intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, epistemológica y docente (gráfica 1); además, están presentes factores de tipo emocional, social, económico, político y cultural. Como teoría, en cada una de sus fases se incluye una metodología con fundamento teórico, acorde con los paradigmas en los que se sustenta, donde se guían los pasos para el diseño curricular, se describe la didáctica a seguir, se explica el funcionamiento cognitivo de los alumnos y se proporcionan elementos epistemológicos acerca de los saberes matemáticos vinculados con las actividades de los profesionistas, entre otros (Camarena, 1984, 2000, 2006, 2008).

Gráfica 1. Fases de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.



Fuente: adaptado de Camarena (1984).

El tipo de problemática abordada en esta investigación incide en la fase epistemológica de la teoría, por medio de la cual se realizan estudios sobre el contenido matemático vinculado con otras ciencias.

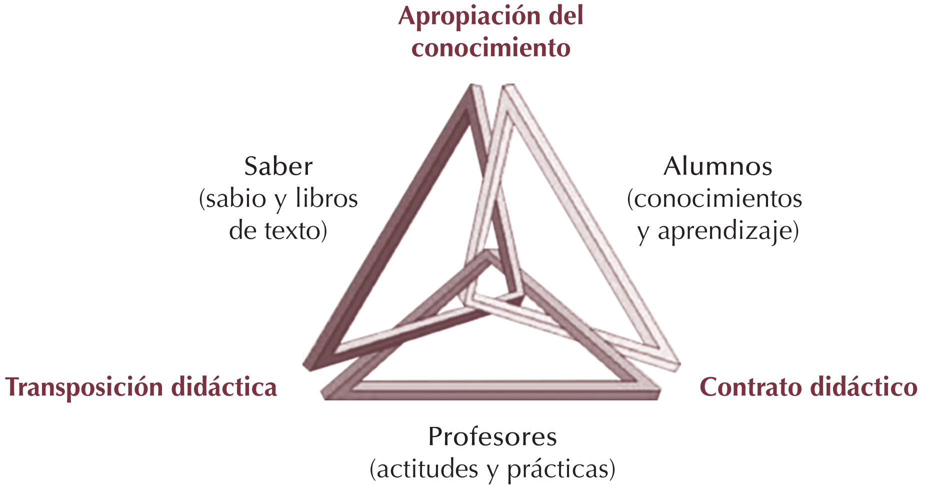
Teoría de la Transposición Didáctica

A partir de la década de 1980 se empieza a cuestionar la relación didáctica docente/alumno para introducir un tercer elemento, un tanto dejado de lado hasta ese momento: el saber. Se constituye, así, la tríada "docente/alumno/saber", conformando lo que ha sido denominado "el sistema didáctico" (gráfica 2); y la relación ternaria que existe entre estos tres polos es calificada por su autor como relación didáctica. En la relación saber/alumno se puede analizar la relación significativa, activa y constructiva en torno de otros alumnos, mientras que en la relación alumno/profesor se establece el contrato didáctico. Es, justamente, en la relación saber/profesor (docente) donde se da la transposición didáctica, punto de interés del presente artículo.

Como se observa en la gráfica 2, Chevallard toma como punto de partida un enfoque sistémico, es decir, que considera el análisis del saber y su funcionamiento en el sistema didáctico. Además de considerar los sistemas didácticos materializados en una clase, los cuales están formados por tres subsistemas (el profesor, los alumnos y el saber enseñado), este enfoque considera en su entorno un sistema de enseñanza.

De acuerdo con Chevallard (1988), en el sistema de enseñanza influye la "noosfera", que comprende a todas las personas que

Gráfica 2. Tríada didáctica.



Fuente: Adaptado de Chevallard (1985).

en una sociedad piensan sobre los contenidos y métodos de la enseñanza. Es en la noosfera donde se desarrollan los problemas que nacen del encuentro entre la sociedad, sus exigencias y el sistema de enseñanza. Es allí donde se definen y se discuten las ideas sobre lo que puede cambiarse y sobre lo que sería necesario hacer; es donde se realizan las posibles negociaciones y se buscan las soluciones. De cada componente, el sistema didáctico considera solamente los aspectos compatibles con los actos didácticos:

a. Alumno: es considerado como un sujeto psicológico y social, pero fundamentalmente es un sujeto que conoce y establece relaciones con un dominio específico del saber.
b. Profesor: es quien enseña. Su interacción con el alumno está determinada por las relaciones que establece con el saber que está encargado de transmitir.
c. Saber: sufre adaptaciones y restricciones, no se puede considerar únicamente como una simplificación del saber científico, pues se trata de un saber didáctico construido a partir de un saber de referencia con una historia y una epistemología.

Aun cuando en la investigación se parte de la importancia del enfoque sistémico, en el presente artículo solo se reportan las adaptaciones que sufre el saber en el salón de clases y, posteriormente, al aplicarlo en la solución de problemas específicos en la formación en un determinado perfil de estudiante, es decir, se da cuenta del punto c.

Siguiendo con las ideas expuestas por Chevallard (1985), este autor insiste en la importancia de un término y su relación a menudo olvidada en la didáctica: el saber y la relación con el saber. El concepto de transposición didáctica remite, entonces, al paso del saber sabio al saber enseñado, y luego a la obligatoria distancia que los separa. De esta manera se identifica la transposición didáctica cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado: “un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El ‘trabajo’ que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica” (Chevallard, 1985).

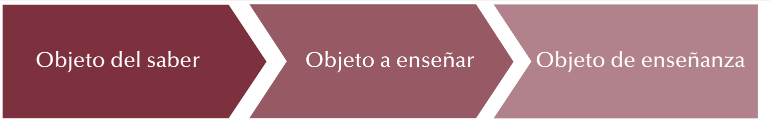
Chevallard (1985) distingue la transposición didáctica *stricto sensu* (sentido estricto) de la transposición didáctica *sensu lato* (sentido amplio). La primera, concierne el *paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto del saber* (gráfica 3). La segunda, puede ser presentada por el esquema ubicado en la gráfica 4.

Siguiendo con la idea de Chevallard (1985), un contenido del saber científico (o conocimiento erudito) sufre una transposición

Gráfica 3. Transposición didáctica *stricto sensu*.

Fuente: Chevallard (1985).

Gráfica 4. Transposición didáctica *sensu lato*.

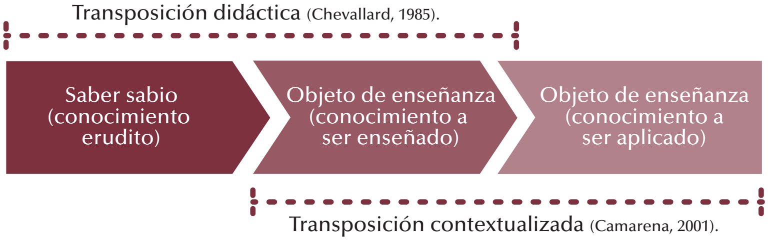


Fuente: Chevallard (1985).

cuando se lleva al aula, convirtiéndose en un saber a enseñar (o conocimiento a ser enseñado) y constituyéndose una transposición didáctica. En el nivel Técnico Superior Universitario se ha detectado que el conocimiento matemático que se recibe en el aula (saber a enseñar) sufre otra transformación al pasar al área de aplicación, construyéndose el constructo teórico de transposición contextualizada, como la ha denominado Camarena (2001, 2008 y 2012). Esta autora denomina este último saber como saber de aplicación (o conocimiento a ser aplicado). Así, el conocimiento escolar se extrae del dominio colegial para insertarse en el ámbito técnico superior, convirtiéndose en un conocimiento a ser aplicado o saber de aplicación. Entonces, el conocimiento en el ámbito escolar es uno, y cuando está en el contexto Técnico Superior Universitario, en donde se le utilizará, es otro (gráfica 5).

En relación con lo anterior, el contenido matemático a enseñar y el contenido matemático de aplicación llegan al ambiente del aula carentes de la situación inicial que dio origen al saber matemático. En este caso, es común que los profesores introduzcan un contexto dentro del cual el estudiante pueda recrear ese conocimiento. En otras palabras, el docente transpone de alguna

Gráfica 5. Transposición contextualizada.



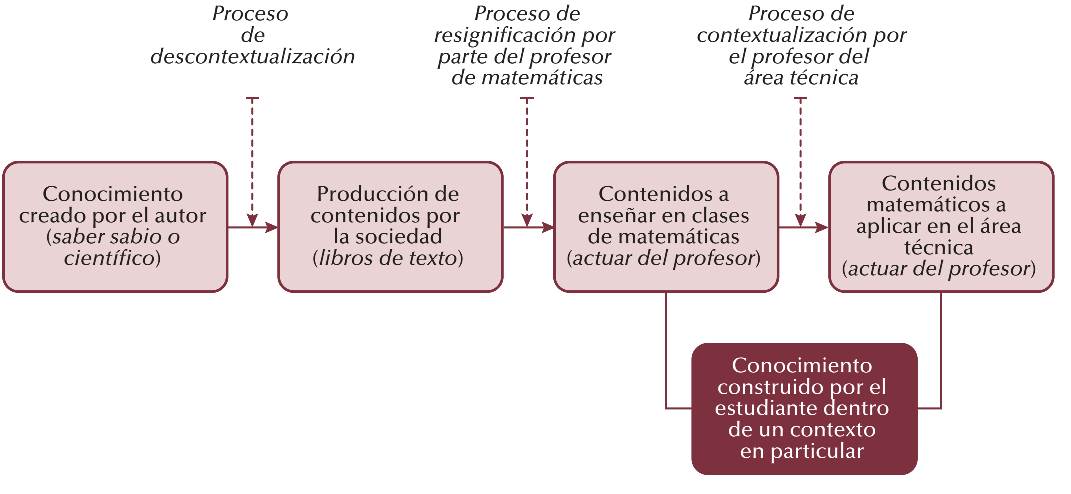
Fuente: Adaptado de Camarena (2001).

manera el objeto a enseñar en objeto de enseñanza. En este proceso se observa la importancia del contexto para dar sentido al saber (gráfica 6).

En atención a la gráfica 6, y de acuerdo con la Teoría de la Transposición Didáctica, el trabajo del profesor consiste en realizar para sus alumnos el proceso inverso al que realiza el erudito o el sabio. Su labor será buscar el o los problemas y situaciones que dieron origen al saber sabio, con el fin de redefinir el concepto; adaptar estos problemas o situaciones a la realidad del alumno, de modo que las asuma y acepte como “sus problemas”. Dicho en otras palabras, volver a personalizarlos y, luego, provocarlos mediante problemas y situaciones adecuadas y factibles que permitan la integración de un cuerpo teórico/técnico conocido a una nueva realidad que exija descontextualización y despersonalización del saber aprendido.

Respecto a lo descrito, es evidente la necesidad de una transposición del saber erudito a un saber a enseñar, puesto que los objetos a enseñar deben corresponder a una selección del conjunto de saberes eruditos para hacerlos corresponder con las exigencias de una sociedad. A la estructura que debe ser responsable de efectuar la selección y, por ende, la transposición correspondiente se la denomina noosfera (Chevallard, 1991), entendida como los lugares o instancias donde se llevan a cabo las negociaciones, donde se establecen los cambios entre el sistema educativo y su entorno. Es en ella donde deben proporcionarse soluciones provisorias a los problemas que se presentan en las distintas ternas didácticas, con el objetivo de converger en el proyecto social definido.

Gráfica 6. Procesos de transposición didáctica y transposición contextualizada.



Fuente: diseño propio (2013).

Algunas características de la transposición didáctica

Gómez (2005) refiere que algunas de las características de la transposición didáctica están relacionadas con la desincretización, la despersonalización, lo programable de la adquisición del saber, la publicidad y el control social de los aprendizajes. El autor asevera que estas características son tendencialmente satisfechas por un proceso de arreglo didáctico que se denomina "poner en textos del saber", es decir, la textualización.

Desincretización del saber: la primera etapa en la formación de un saber apropiado consiste en una delimitación de "saberes parciales"; cada uno de éstos se expresa en un discurso autónomo. Este efecto de delimitación produce la descontextualización del saber, su extracción de la red de problemáticas y de los problemas que le dan sentido completo, la ruptura del juego intersectorial constitutivo del saber en sus movimientos de creación y de realización.

Despersonalización del saber: el saber sabio surge en condiciones particulares, o sea, es común que sea el resultado de un problema específico. Cuando este conocimiento se lleva a los salones de clase (saber a enseñar) se despersonaliza, es decir, carece del contexto histórico donde fue creado y el profesor, en el mejor de los casos, recrea algunas situaciones para enseñarlo o, en su defecto, lo muestra como procesos mecánicos, sin vincularlos al resto de los conocimientos matemáticos ni a otras áreas del conocimiento.

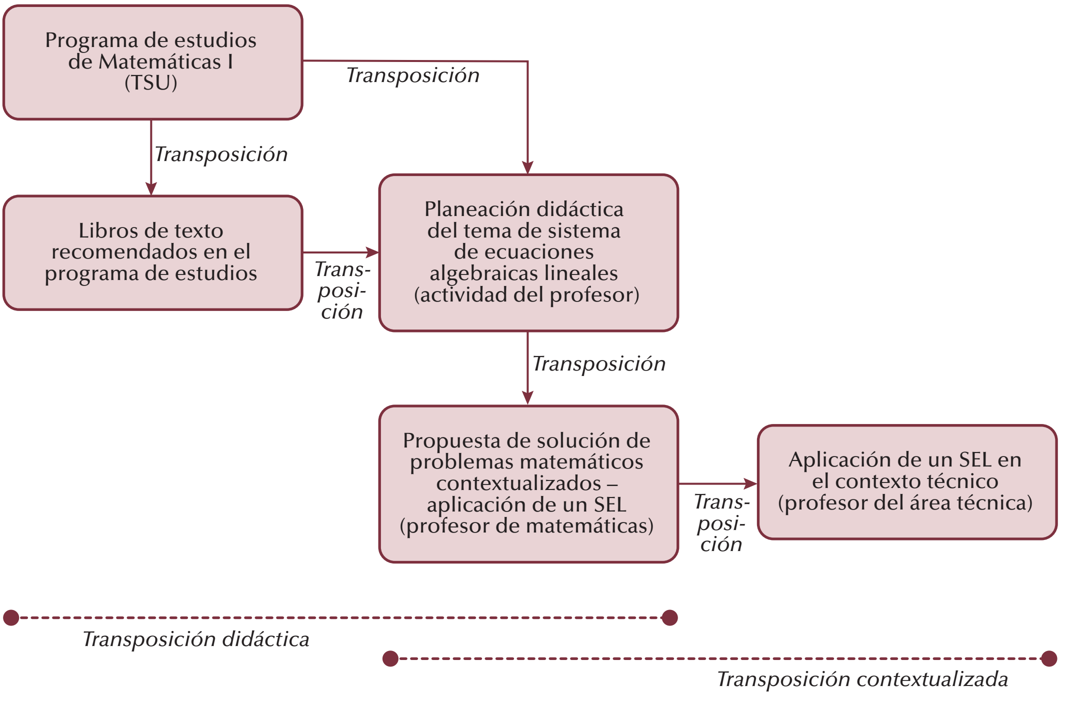
Programabilidad de la adquisición del saber: la textualización del saber supone, igualmente, la introducción de una programación, de una norma de progresión del conocimiento. Entonces, este texto tendrá un comienzo, un intermedio y un fin. El texto procede por secuencias, mientras que, claro está, éste no es el caso del saber sabio de referencia.

Publicidad y control social de los aprendizajes: la objetivación producida por la textualización del saber conduce ella misma a la posible publicidad de este saber. El saber a enseñar se deja ver de esta manera, llega a ser público, en oposición al carácter "privado" de los saberes personales adquiridos, por ejemplo, por mimesis o mimetismo. Esta publicidad, a su vez, permite el control social de los aprendizajes, en virtud de una cierta concepción de lo que es 'saber', concepción fundada (o mínimo legitimada) por la textualización.

Método

De acuerdo con Peña y Pirella (2007), la investigación realizada es de tipo documental, observacional y descriptiva. Como se mencionó en el planteamiento del problema, se trabaja con un

Gráfica 7. Metodología de desarrollo de la investigación.



Fuente: fase metodológica (2013).

problema del área técnica, relacionado con la mezcla de dos gases, en el que se debe aplicar un sistema de ecuaciones algebraicas lineales (SEL) para encontrar la solución. El tema de SEL se aborda en el curso de Matemáticas I. Para analizar cómo influyen los procesos de transposición didáctica y transposición contextualizada en la transferencia del conocimiento matemático al área técnica se trabajó en dos etapas (gráfica 7).

Etapa 1. Análisis de la transposición didáctica en el programa de estudios y libros de texto.
Mediante la investigación documental se analiza el programa de estudios de Matemáticas I del Programa Educativo de Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios y tres libros de álgebra sugeridos en el mismo. Con esta información se establecen las primeras consideraciones en torno a la transposición didáctica que realiza el profesor para presentar el objeto de enseñanza (SEL) a los estudiantes.

Etapa 2. La transposición didáctica en la clase de matemáticas.
Por medio de un proceso de observación se analizan los apuntes generados por los profesores de matemáticas para el tema de sistemas de ecuaciones lineales. Éstos se contrastan con lo requerido

en el programa de estudios de la materia y lo que aparece en el libro de texto que los profesores refieren utilizar para la planeación didáctica de su clase. Se describen los hallazgos como efecto de la transposición didáctica.

Etapa 3. Análisis de la transposición contextualizada en el contexto del área técnica.
En un segundo momento se trabaja con un problema del área técnica, mismo que sugieren los profesores de dicha área y que, de acuerdo con su experiencia, se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales. Este mismo problema es presentado a los profesores de matemáticas. Se analiza la resolución del problema desde los puntos de vista técnico y matemático. Se describe la problemática en torno a la transposición contextualizada.

Instrumentos de observación: la obtención de los datos para el análisis de las transposiciones didáctica y contextualizada se hace por medio de las producciones escritas de los profesores participantes, así como de los libros de texto y programas de estudio de la materia de Matemáticas I.

Resultados y discusión

En la presente sección se describe cada una de las tres etapas que conforman el proceso de la metodología que se sigue en la investigación.

Etapa 1. Análisis de la transposición didáctica.

a) Programa de estudios
El programa de estudios de Matemáticas I ha sido revisado, porque contiene la posición institucional; en términos de Chevallard, es parte de la noosfera. El programa de estudios es el documento que se entrega a un profesor cuando se le asigna la tarea de impartir el curso, y contiene la información de los qué, cómo, en cuanto tiempo, para qué, por qué, etcétera; constituye la primera referencia con la que cuenta el maestro a la hora de planificar el proceso de enseñanza; es lo que los expertos le están indicando que sus alumnos deberán saber hacer y decir cuando se enfrenten a las situaciones y problemas en los que aparezcan los sistemas de ecuaciones lineales.

En el programa de estudios se observa que a la materia de Matemáticas I[1] (gráfica 8) se le asigna un total de 75 horas, divididas en teoría y práctica; de las cuales 20 horas (15 hrs prácticas

1 Disponible en: http://cgut.sep.gob.mx/Planes%20de%20estudios/tecalimento.htm

Gráfica 8. Programa de estudio vigente del Procesos Alimentarios.

TÉCNICO SUPERIOR UNIVERSITARIO EN PROCESOS ALIMENTARIOS

HOJA DE ASIGNATURA CON DESGLOSE DE UNIDADES TEMÁTICAS

1. Nombre de la asignatura	**Matemáticas I.**
2. Competencias a la que contribuye la asignatura	Industrializar materias primas, a través de procesos tecnológicos, para producir y conservar alimentos que contribuyan al desarrollo de la región.
3. Cuatrimestre	Primero
4. Horas Prácticas	55
5. Horas Teóricas	20
6. Horas Totales	75
7. Horas Totales por Semana Cuatrimestre	5
8. Objetivo de la Asignatura	El alumno resolverá sistemas de ecuaciones, mediante el empleo de aritmética básica, álgebra y métodos de matrices, para contribuir al control de los procesos en la industria alimentaria.

Unidades Temáticas	Horas		
	Prácticas	Teóricas	Totales
I. Aritmética básica.	7	3	10
II. Álgebra.	18	7	25
III. Ecuaciones matemáticas.	15	5	20
IV. Matrices y determinantes.	15	5	20
Totales	**55**	**20**	**75**

MATEMÁTICAS I

UNIDADES TEMÁTICAS

1. Unidad Temática	**III. Ecuaciones matemáticas.**
2. Horas Prácticas	15
3. Horas Teóricas	5
4. Horas Totales	20
5. Objetivo	El alumno resolverá sistemas de ecuaciones lineales y su representación gráfica, para la interpretación de información en los procesos alimentarios.

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Ecuaciones lineales	Explicar el concepto de la recta y sus componentes pendiente y ordenada al origen en una ecuación lineal	Despejar variables de ecuaciones lineales. Calcular los componentes de la recta a partir de una gráfica.	Trabajo en equipo Proactivo Organizado Preciso Deductivo Creativo Observador Disciplinado Sistémico Autodidacta Responsabilidad Perseverancia
Resolución del sistema de ecuaciones lineales	Identificar el concepto del sistema de ecuaciones lineales y sus tipos de soluciones: única e indefinida.	Resolver sistemas de ecuaciones lineales.	Trabajo en equipo Proactivo Organizado Preciso Deductivo Creativo Observador Disciplinado Sistémico Autodidacta Responsabilidad Perseverancia

MATEMÁTICAS I

Proceso de evaluación		
Resultado de aprendizaje	**Secuencia de aprendizaje**	**Instrumentos y tipos de reactivos**
A partir de un caso práctico de la industria alimentaria, elaborará un reporte que contenga: - Datos - Identificación de variables - Planteamiento del sistema de ecuaciones - Resolución del sistema de ecuaciones - Interpretación de resultados - Conclusiones	1. Identificar los conceptos de ecuaciones matemáticas y sus tipos. 2. Identificar la representación gráfica de los tipos de ecuaciones. 3. Comprender los procedimientos de resolución de ecuaciones lineales. 4. Comprender el procedimiento que origina una ecuación lineal y un sistema de ecuaciones, a partir del enunciado de un problema.	Estudio de casos Lista de cotejo

MATEMÁTICAS I

FUENTES BIBLIOGRÁFICAS

Autor	Año	Título del Documento	Ciudad	País	Editorial
Grossman	(2007)	*Álgebra lineal*	México, D.F.	México	Mc Graw-hill
Baldor, A.	(2009)	*Álgebra*	México, D.F.	México	Publicaciones Cultural
Ayres, F	(1983)	*Álgebra lineal*	México, D.F.	México	Mc Graw Hill
Lehmann, L.	(1994)	*Algebra*	México, D.F.	México	Limusa
Peña, J..	(1987)	*Álgebra en Todas Partes.*	México, D.F.	México	FCE
Leithold, L.	(1994)	*Álgebra Superior*	México, D.F.	México	Trillas
Fuenlabrada, V.	(2001)	*Aritmética y álgebra*	México, D.F.	México	Mc Graw Hill
Bosch, C.	(2003)	*Matemáticas Básicas*	México, D.F.	México	Limusa
Rees, P	(1998)	*Álgebra*	México, D.F.	México	Reverté

Fuente: CGUT (2013).

y cinco teóricas) se asignan al estudio de sistemas de ecuaciones lineales, tema de interés en la presente investigación. Esta unidad refiere la necesidad de "aplicar los sistemas de ecuaciones lineales y su representación gráfica para la interpretación de procesos alimentarios". Como se observa, se busca que el estudiante sea competente en la transferencia de conocimientos e interpretación de resultados; sin embargo, cuando se analizan los temas indicados en las columnas del saber y del saber hacer resulta que se privilegian los procesos algorítmicos. Este procedo didáctico se contradice con lo esperado del resultado del aprendizaje, que requiere, como evidencia del mismo, la entrega de un reporte de caso práctico en la industria alimentaria que incluya identificación de datos, variables, resolución matemática e interpretación. Consecuentemente, en la interpretación del programa de estudios por parte del profesor se tiene un primer proceso de transposición didáctica, pues lo que esperan los expertos que sea enseñado difiere de lo que los profesores "interpretan" que deben enseñar.

b) Libros de texto

Se han analizado los libros de texto sugeridos en el programa de estudios de Matemáticas I (*Álgebra*, de Baldor; *Álgebra*, de Rees; y *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, de Swokowski; cuadro 1), dado que son otra vertiente indispensable para analizar la transposición didáctica del saber avalado por la sociedad al enseñado en el aula de clases, además de que es común que los profesores hagan uso de ellos para realizar la planificación de sus materias.

Los criterios considerados en el análisis fueron: extensión de conceptos sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas; estructura general del tema; método utilizado en la exposición y presencia de resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales.

En los libros analizados, los autores declaran que los escribieron con la preocupación fundamental de ayudar a profesores y estudiantes a hacer accesibles la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, se percibe en cada uno ellos que el autor plasma lo que él piensa que es el álgebra y lo que significa enseñar y aprender la disciplina.

Durante el análisis de los libros de texto se observa que éstos tienen una influencia directa en cómo el profesor muestra el conocimiento a enseñar. Transponer el contenido del libro, lo que se relaciona directamente con la experiencia docente y el conocimiento disciplinar, conlleva a transponer concepciones y creencias, sin estar consciente como profesor de lo que implica realizar esta práctica didáctica. Así, observamos que los libros de texto analizados tienen en común que para abordar el tema de los sistemas de ecuaciones lineales usan los métodos algebraicos y el método gráfico (por medio de la tabulación), y como aplicaciones de las mismas hacen referencia a problemas de razonamiento matemático, a problemas de la vida cotidiana, o bien a alguna área del conocimiento (química o estadística, por ejemplo). Sin embargo, pueden ser distantes de la realidad de los estudiantes y, en muchas ocasiones, al privilegiar el uso de algoritmos y la solución de problemas de aplicación "tipo" no se puede aplicar el conocimiento matemático a las áreas técnicas. Consecuentemente,

Cuadro 1.
Libros de texto analizados.

Texto analizado	Baldor, A. (1999). *Álgebra*, (7ª reimpresión). México, D. F.: Publicaciones Cultural.	Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica,* (3ª ed.). México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.	Rees, P. K., y Sparks, F. W. (1998). *Álgebra*. México, D. F.: Reverté Ediciones.
Ubicación del tema (extensión de conceptos)	El texto tiene 34 capítulos, de los cuales los 24, 25 y 26 se dedican al estudio de ecuaciones simultáneas de primer grado con 2, 3 o más incógnitas, así como a la solución de problemas.	Los capítulos 9. 1, 9. 2 y 9. 3 de 11 se dedican al estudio del sistema de ecuaciones lineales (en capítulos posteriores se hace una introducción al álgebra lineal).	Las ecuaciones simultáneas de primer grado se abordan en el capítulo 9, de los 22 capítulos que contiene el texto.
Estructura general del tema	El capítulo inicia definiendo los sistemas de ecuaciones simultáneas, equivalentes y el sistema de ecuaciones lineales. Se muestran los métodos de solución (sustitución, igualación, reducción y determinantes) de sistemas con números enteros y fraccionarios (incógnitas, tanto en numerador como en el denominador). Al final de cada método se presenta una serie de ejercicios. Se presenta el método gráfico por tabulación como estrategia de solución a los sistemas de ecuaciones lineales.	El capítulo inicia con la definición de un sistema de ecuaciones lineales, para posteriormente dar los pasos o reglas para el método de sustitución; se esbozan las gráficas de las ecuaciones involucradas en el sistema, pero ya no se explica la realización de las mismas, dado que se aborda en un capítulo previo. Se procuran aplicaciones mediante problemas vinculados con otras áreas del conocimiento o de la vida cotidiana.	El capítulo inicia haciendo referencia al tema mostrado en el capítulo 4 (ecuaciones lineales), para después explicar la solución gráfica (por medio de tabulación) de los sistemas de ecuaciones lineales; posteriormente, se explican dando el procedimiento para resolver los sistemas por los métodos algebraicos de solución (sustitución, igualación, reducción). Al final de cada uno de los métodos se muestran ejercicios. Se presentan algunos problemas de aplicación a resolver con sistemas de ecuaciones lineales. Al final del capítulo se dedica un espacio para el método de determinantes.
Método de exposición del tema	El autor hace una explicación descriptiva (paso a paso) de cómo resolver un sistema de ecuaciones con diferentes métodos.	El autor hace una explicación descriptiva, pero no tan detallada, de cómo resolver un sistema de ecuaciones por medio del método de sustitución y gráficamente, da una importancia especial a la solución de problemas.	El autor hace una explicación descriptiva de cómo resolver un sistema de ecuaciones con el método gráfico y algebraico, así como la estrategia para plantear y resolver problemas de aplicación.
Presencia de problemas	Se dedica el capítulo 26 a la solución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales. Los problemas son de razonamiento matemático y algunos de la vida cotidiana, donde hay que decidir cuánto comprar, el número de monedas que se tienen, la edad de alguien, etc. Están ausentes los problemas de otras áreas del conocimiento.	Los problemas a resolver con el sistema de ecuaciones lineales se presentan al final del capítulo como aplicaciones del tema. Los problemas, básicamente, son de mezclas y de situaciones cotidianas (dimensiones, costos, gastos, etc.).	Como una aplicación de los sistemas de ecuaciones lineales se plantea una serie de problemas en los que hay que determinar costos, número de monedas, distancias, etc. No hay problemas de aplicación en otras áreas del conocimiento.

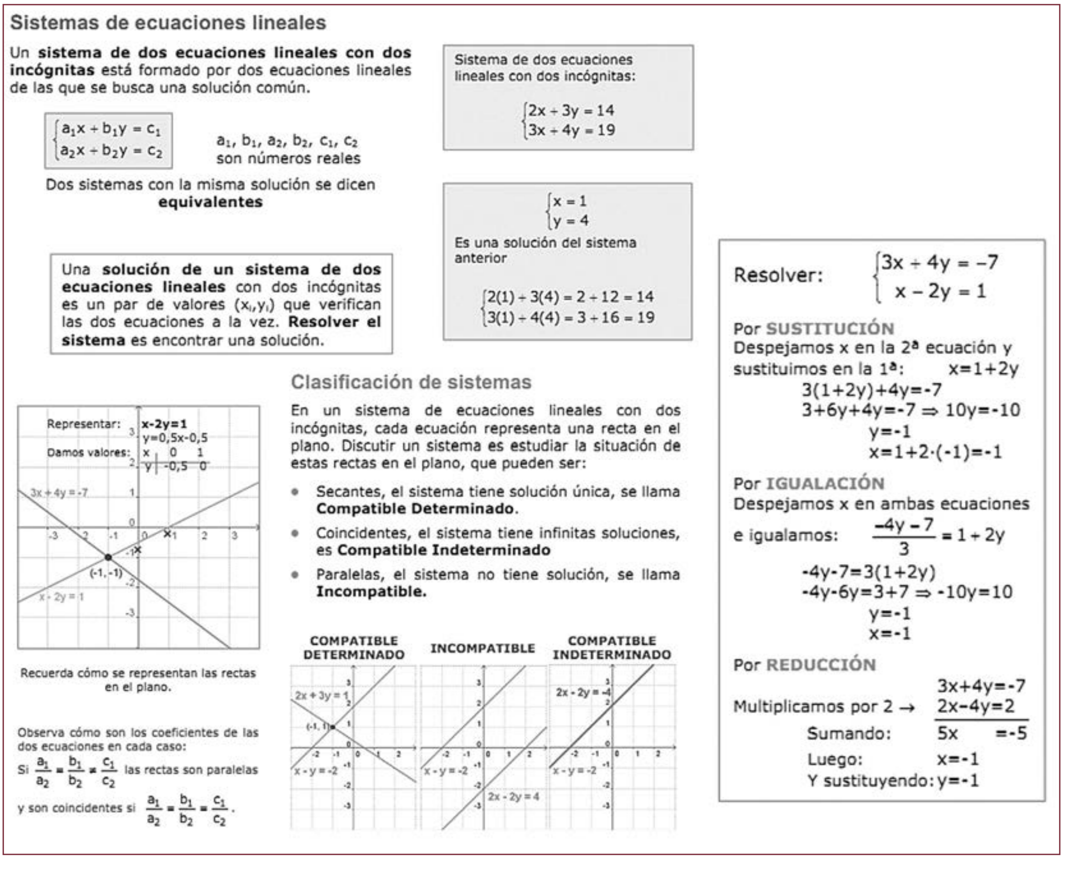
Fuente: Baldor (1999), Swokowski (1992) y Rees (1998).

se considera que el uso de los libros de texto en cuyo tratamiento no está involucrado el contexto del desarrollo del estudiante no promueve que adquiera la competencia de resolver problemas del área técnica aplicando los conocimientos aprendidos.

Etapa 2. La transposición didáctica en la clase de matemáticas.

Como se menciona en la metodología, para realizar esta etapa de la investigación se observó la práctica de los profesores de Matemáticas I, quienes utilizan como libro de texto: Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Con este libro ellos realizan su planeación (gráfica 9) de los temas indicados en el programa de la materia. En la planeación, el profesor inicia definiendo qué es un sistema de ecuaciones

Gráfica 9. Transposición del libro de texto a la preparación de clases del tema de sistema de ecuaciones lineales (SEL).



Fuente: Apuntes del profesor-Procesos Alimentarios (2012).

lineales con dos incógnitas, qué significa su solución y su representación gráfica, por medio del método tabular, así como la clasificación de los sistemas. Posteriormente, muestra los diferentes métodos de solución (sustitución, igualación, reducción). Para concluir el tema, el profesor proporciona una serie de ejercicios para los estudiantes, en los que deberán "poner en práctica" lo aprendido. Una vez que el profesor comprueba el dominio de los algoritmos, procede a las aplicaciones prácticas (solución de problemas), proporcionando problemas que pudieran no ser del interés del estudiante (gráfica 10). Este mismo protocolo se realiza para la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Al respecto, se señala que el conocimiento a enseñar sufre una transposición respecto de lo que muestra el autor del libro; el docente simplifica el conocimiento, presentando lo que él considera que debe saber el estudiante (dominio de procedimientos), así como la utilidad que le puede dar al mismo (problemas de aplicación). Sin embargo, tenemos que con esta manera de enseñanza difícilmente el estudiante podrá transferir el conocimiento matemático a la solución de problemas del área técnica. De igual manera, se observa un cumplimiento parcial del programa de estudios, pues se atiende el concepto de saber y saber hacer, pero no del estudio de caso requerido, lo cual podría explicarse por el tiempo asignado a dicho tema y por el desconocimiento del contexto en el que se están formando los estudiantes, dado que el profesor tiene escasamente un año laborando en la institución, aun cuando cuente con la formación académica requerida por el perfil del puesto.

Etapa 3. Análisis de la transposición contextualizada en el contexto del área técnica.

Como se establece en la definición de la transposición contextualizada, se parte de la idea de que el conocimiento enseñado en el aula de matemáticas difiere al requerido en el contexto del área del Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios. Para analizar este hecho se trabajó con un problema de aplicación específico, propuesto por profesores del área técnica

Gráfica 10. Problema de aplicación de un sistema de ecuaciones lineales.

María y su hija Sara tienen en la actualidad 56 años entre las dos. Si dentro de 18 años Sara tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre, ¿qué edad tiene actualmente cada una?

Fuente: Apuntes del profesor-Procesos Alimentarios (2012).

quienes aseveran que se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de sustitución. Este mismo problema es presentado a profesores de matemáticas para contrastar cómo lo resuelven y verificar la problemática en torno de la transposición contextualizada. El análisis se ha dividido en tres momentos: a) Planteamiento del problema, b) Análisis de la información, y c) Solución del problema e interpretación de los resultados.

a) Planteamiento del problema

En el cuadro 2 se observa la coincidencia de los profesores de matemáticas quienes realizan cambios en la redacción del problema técnico. Esto indica la necesidad de hacerlo más comprensible para los estudiantes. Con este cambio se observa que el lenguaje utilizado en cada una de las materias es diferente, lo cual puede explicar que los estudiantes tengan dificultades para transferir y aplicar el conocimiento matemático.

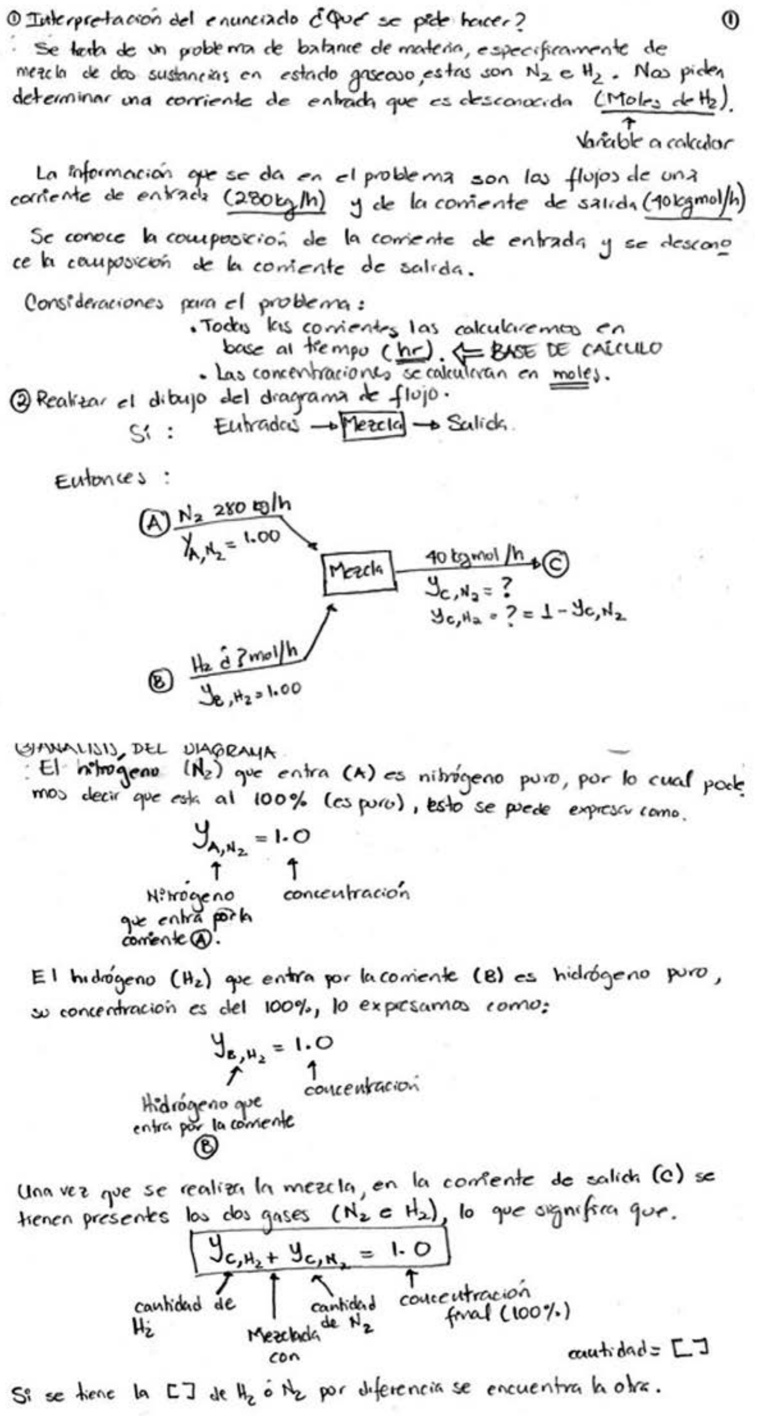
b) Análisis de la información

Para dar solución al problema planteado se observa que los profesores del área técnica hacen inicialmente un análisis en torno de la información técnica: definen que se trata de un balance de materia y atienden los pasos recomendados para su solución; es decir, identifican las variables a calcular y los datos dados en el texto. Con estas consideraciones plantean un diagrama de flujo y, posteriormente, un diagrama de balance de materia (gráfica 11). Se observa que los profesores del área técnica, al declarar variables y constantes, utilizan una simbología (Y_A, N_2; Y_B, H_2) que aparentemente dista del lenguaje algebraico utilizado con regularidad para definir incógnitas (x, y). En contraste, los profesores del área de matemáticas tratan de representar la información en tablas o cuadros para simplificar la información; identifican variables y constantes; observan que requieren hacer cálculos previos

Cuadro 2. Planteamiento del problema desde el punto de vista de los profesores de matemáticas y del área técnica.

Problema técnico en donde se requiere la aplicación del conocimiento matemático	Problema técnico abordado desde la enseñanza de conocimientos matemáticos
Una corriente de nitrógeno gaseoso (N_2) de 280 kg/h se mezcla con una corriente de hidrógeno gaseoso (H_2) en una unidad mezcladora. A la salida de la mezcladora, se obtiene una corriente total de 40 kg·mol de nitrógeno e hidrógeno por hora. Determinar los moles de hidrógeno que deben suministrarse por hora y el fraccionamiento de la corriente de mezcla.	En un mezclador se mezcla hidrógeno gaseoso (H_2) con nitrógeno gaseoso (N_2); ambos gases tienen una concentración de 100%. El nitrógeno entra al mezclador a una velocidad de 280 kg/h, mientras que se desconoce a qué velocidad entra el nitrógeno. La velocidad de salida de la mezcla es de 40 kg·mol de N_2 e H_2 por hora. Determinar la cantidad de moles de hidrógeno y la cantidad final (en la mezcla) de H_2 y N_2.

Gráfica 11. Análisis de la información del problema matemático contextualizado, por parte del profesor del área técnica.



① Interpretación del enunciado ¿Qué se pide hacer? ①

Se trata de un problema de balance de materia, específicamente de mezcla de dos sustancias en estado gaseoso, estas son N_2 e H_2. Nos piden determinar una corriente de entrada que es desconocida (Moles de H_2).

Variable a calcular

La información que se da en el problema son los flujos de una corriente de entrada (280 kg/h) y de la corriente de salida (40 kgmol/h)

Se conoce la composición de la corriente de entrada y se desconoce la composición de la corriente de salida.

Consideraciones para el problema:

- Todas las corrientes las calcularemos en base al tiempo (hr). ⇐ BASE DE CÁLCULO
- Las concentraciones se calcularán en moles.

② Realizar el dibujo del diagrama de flujo.

Si: Entradas → Mezcla → Salida

Entonces:

③ ANÁLISIS DEL DIAGRAMA

El nitrógeno (N_2) que entra (A) es nitrógeno puro, por lo cual podemos decir que está al 100% (es puro), esto se puede expresar como.

$$y_{A,N_2} = 1.0$$

Nitrógeno que entra por la corriente (A). concentración

El hidrógeno (H_2) que entra por la corriente (B) es hidrógeno puro, su concentración es del 100%, lo expresamos como:

$$y_{B,H_2} = 1.0$$

Hidrógeno que entra por la corriente (B) concentración

Una vez que se realiza la mezcla, en la corriente de salida (C) se tienen presentes los dos gases (N_2 e H_2), lo que significa que.

$$\boxed{y_{C,H_2} + y_{C,N_2} = 1.0}$$

cantidad de H_2 Mezclada con cantidad de N_2 concentración final (100%)

cantidad = [ ]

Si se tiene la [ ] de H_2 ó N_2 por diferencia se encuentra la otra.

Identificación de variables y constantes (datos dados).

Consideraciones técnicas para la realización posterior de cálculos.

Realización de diagrama para comprensión del problema. Definición de incógnitas.

Análisis del diagrama e interpretación de la información contenida en él.

Análisis previo para la solución del problema, e interpretación de los resultados.

Fuente: notas del profesor del área técnica (2013).

Gráfica 12. Análisis de la información del problema matemático contextualizado, por parte del profesor de matemáticas.

Entrada			Salida	
Incógnitas	Nitrógeno (N_2)	Hidrógeno (H_2)	Mezcla	
Velocidad de entrada de c/u de los gases	280 Kg/h	Se desconoce	Velocidad de salida de la mezcla de gases	40 kg.mol/h
Concentración	100	100	Mezcla	$N_2+H_2=1$

Interpretación de la información dada en el problema de aplicación (identificación de variables y constantes).

Observaciones:

1. Las velocidades de entrada y salida tienen diferentes unidades. Para resolver esto es claro que se debe hacer una conversión utilizando conocimientos de química?. Así el profesor de química nos indica que el peso molecular de N es de 14 g/mol por lo que N_2 pesará el doble es decir 28 g/mol. Con esta información se puede hacer la conversión a Kg mol .

Entonces:

1 Kg mol de Nitrógeno =28 Kg de nitrógeno

Cuántos Kg mol de nitrógeno hay en 280 Kg de este gas

Realizando la operación (Regla de tres simple) se obtiene que es de 10 Kg.mol de nitrógeno (equivalente a 280 Kgh^{-1})

2. La concentración, de acuerdo al planteamiento del problema es del 100% que corresponde a un todo, entonces se puede expresar como la unidad.

Consideraciones técnicas que debe realizar el profesor de matemáticas para poder resolver el problema matemático de aplicación al área técnica. Es necesaria la inclusión de conceptos del área de aplicación.

Con las observaciones anteriores se modifica la tabla anterior, expresándola así:

Entrada			Salida	
Incógnitas	Nitrógeno (N_2) x	Hidrógeno (H_2) y	Mezcla (N_2+H_2) x+y	
Velocidad de entrada de c/u de los gases	**10 Kg.mol de N_2**	Se desconoce	Velocidad de salida de la mezcla de gases	40 kg.mol
Concentración	1	1	Mezcla	$N_2+H_2=1$

Uso de la información técnica para replantear el problema en un lenguaje matemático de menor grado de dificultad que el planteado originalmente.

Fuente: notas del profesor de matemáticas (2013).

(conversiones), refiriendo la necesidad de acudir a un profesor de química para poder trabajar en las mismas unidades de medición. En la investigación se considera que extraer un problema del contexto técnico y proponerlo al estudiante sin análisis y tratamiento previos puede convertirse en un obstáculo para su solución, lo cual coincide con lo señalado por Camarena (2001), quien señala que las matemáticas enseñadas en las clases de matemáticas difieren de las utilizadas en las ciencias y la ingeniería.

Es importante destacar que si los profesores de matemáticas no realizan modificaciones en la redacción del problema técnico, tanto ellos como sus estudiantes tendrían problemas para resolverlo. Por ejemplo, en el área técnica se concibe que si no se da la concentración de los reactivos se consideran que son puros; es decir, que tienen una presentación comercial de 100% o 1. Si los profesores de matemáticas no están involucrados en el contexto Técnico Superior Universitario es difícil que hagan esta clase de consideraciones.

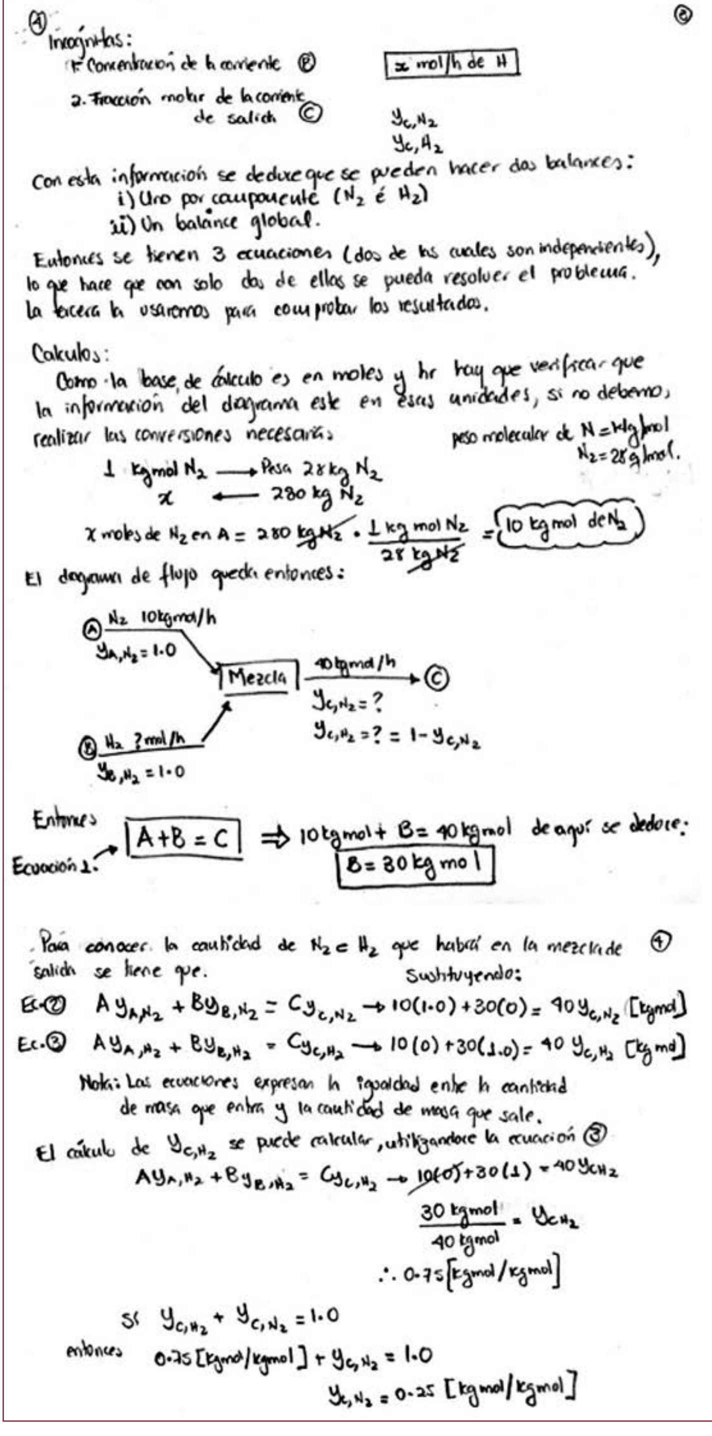
Proponer problemas técnicos para abordarlos en la clase de matemáticas no es una tarea sencilla, pues implica que los profesores de esta materia deben investigar el tipo de problemas que sus estudiantes puedan resolver; es decir, que coincidan con el nivel cognitivo tanto de matemáticas como de los eventos del contexto a enfrentar. Descuidar este aspecto provocará un rechazo mayor hacia las matemáticas, pues a su grado inherente de dificultad se añade el grado de dificultad que supone la integración de los conocimientos técnicos.

c) Solución del problema e interpretación de resultados

Toda vez que los profesores del área técnica realizan el análisis de la información contenida en el problema, proceden a resolverlo (gráfica 13). A pesar de que indican que se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales es indiscutible que los procedimientos utilizados no corresponden a los que se utilizan en la clase de matemáticas, pues no se hace evidente el planteamiento de dos o tres ecuaciones; más bien, el problema se modela utilizando la ecuación de balance de materia y en ella se sustituye la información técnica proporcionada, resolviendo de esta manera el problema de aplicación. Cuando se encuentran los valores de concentración de hidrógeno y nitrógeno en la mezcla final, así como la velocidad de entrada del hidrógeno, se da por concluido el problema e incluso se considera que con la simbología utilizada para cada uno de los casos se explican los resultados. En el caso de los profesores de matemáticas, plantean las ecuaciones, pero tampoco son resueltas como un sistema; más bien, para encontrar la concentración final de los gases establecen dos ecuaciones en las que se expresa una relación de la cantidad de entrada y salida. Para encontrar estos valores se asumen las ecuaciones como independientes, y de esta manera se resuelven sin establecer un sistema de ecuaciones (gráfica 14). En la última fase de la resolución los profesores resuelven el sistema por método gráfico, utilizando para ello las ecuaciones 1, 3 y 4; comprueban sus resultados e indican la cantidad de hidrógeno y nitrógeno en la mezcla final, así como la velocidad de entrada del hidrógeno. Los resultados de los profesores, tanto de matemáticas como del área técnica, coinciden.

Durante esta etapa, se ve claramente que los profesores de matemáticas tienen algunas dificultades en la solución del problema técnico, dado que no les es familiar el lenguaje técnico ni la interpretación de la información que de él se deriva. Si esto ocurre con los profesores, es lógico suponer que las dificultades que el estudiante enfrenta en la solución de los problemas técnicos se deben a varias razones, entre las que destacan: a) deficiencias conceptuales técnicas; b) las matemáticas aplicadas al área técnica requieren un tratamiento diferente, dado que no surgen los sistemas de ecuaciones lineales "perfectos" que se plantean

Gráfica 13. Solución e interpretación de los resultados, por el profesor del área técnica, del problema contextualizado.



(A) Incógnitas: (2)

1. Concentración de la corriente (B) $\boxed{x \text{ mol/h de H}}$
2. Fracción molar de la corriente de salida (C) y_{c,N_2} y_{c,H_2}

Con esta información se deduce que se pueden hacer dos balances:
i) Uno por componente (N_2 é H_2)
ii) Un balance global.

Entonces se tienen 3 ecuaciones (dos de las cuales son independientes), lo que hace que con solo dos de ellas se pueda resolver el problema. La tercera la usaremos para comprobar los resultados.

Calculos:
Como la base de cálculo es en moles y hr hay que verificar que la información del diagrama este en esas unidades, si no debemos realizar las conversiones necesarias

peso molecular de N = 14g/mol
N_2 = 28 g/mol.

$1 \text{ kgmol } N_2 \longrightarrow \text{Pesa } 28 \text{ kg } N_2$
$x \longleftarrow 280 \text{ kg } N_2$

$x \text{ moles de } N_2 \text{ en A} = 280 \cancel{\text{kg}N_2} \cdot \frac{1 \text{ kg mol } N_2}{28 \cancel{\text{kg}N_2}} = 10 \text{ kgmol de } N_2$

El diagrama de flujo queda entonces:

(A) N_2 10kgmol/h
$y_{A,N_2} = 1.0$
Mezcla
40kgmol/h (C)
$y_{C,N_2} = ?$
$y_{C,H_2} = ? = 1 - y_{C,N_2}$
(B) H_2 ?mol/h
$y_{B,H_2} = 1.0$

Entonces
Ecuación 1. $\boxed{A+B=C} \Rightarrow 10\text{kgmol} + B = 40\text{kgmol}$ de aquí se deduce: $\boxed{B = 30 \text{ kgmol}}$

Para conocer la cantidad de N_2 e H_2 que habrá en la mezcla de salida se tiene que. (4)

Sustituyendo:

Ec. (2) $Ay_{A,N_2} + By_{B,N_2} = Cy_{C,N_2} \rightarrow 10(1.0) + 30(0) = 40y_{C,N_2}$ [kgmol]

Ec. (3) $Ay_{A,H_2} + By_{B,H_2} = Cy_{C,H_2} \longrightarrow 10(0) + 30(1.0) = 40\,y_{C,H_2}$ [kgmol]

Nota: Las ecuaciones expresan la igualdad entre la cantidad de masa que entra y la cantidad de masa que sale.

El cálculo de y_{C,H_2} se puede calcular, utilizando la ecuación (3)

$Ay_{A,H_2} + By_{B,H_2} = Cy_{C,H_2} \rightarrow \cancel{10(0)} + 30(1) = 40y_{CH_2}$

$\frac{30 \text{ kgmol}}{40 \text{ kgmol}} = y_{CH_2}$

$\therefore 0.75 [\text{kgmol/kgmol}]$

Si $y_{C,H_2} + y_{C,N_2} = 1.0$

entonces $0.75 [\text{kgmol/kgmol}] + y_{C,N_2} = 1.0$

$y_{C,N_2} = 0.25 [\text{kgmol/kgmol}]$

Identificación de variables utilizando una expresión simbólica diferente a la trabajada en clases de matemáticas.

Cálculos previos que deben ser realizados para poder extraer la información que permita plantear una ecuación algebraica lineal.

Con el esquema de balance de materia se plantea una primera ecuación que se resuelve por sustitución directa de la información. Para plantear las ecuaciones 2 y 3 se considera la entrada de los gases como procesos independientes, por lo que se asumen valores de cero. Esto difiere de lo que regularmente se presenta en la clase de matemáticas, donde los sistemas de ecuaciones son perfectos (por ejemplo: dos ecuaciones, dos incógnitas) y se resuelven mecánicamente por algún método algebraico o gráfico.

Se obtienen los resultados sin ninguna interpretación. El método gráfico no es considerado en la solución de problemas técnicos.

Fuente: notas del profesor del área técnica (2013).

Gráfica 14. Solución e interpretación de los resultados, por el profesor de matemáticas, del problema contextualizado.

Con esta tabla se pueden plantear las ecuaciones lineales.

Ecuación 1 (concentración):	x+y=1
Ecuación 2 (velocidad):	10 Kg.mol+y=40 kg.mol

De la ecuación 2 se puede despejar a y para encontrar la velocidad de entrada de hidrógeno. Entonces:

y= (40 Kg.mol) –(10 Kg.mol)

y=10 Kg.mol (Corresponde a la velocidad de entrada del Nitrógeno, con lo cual se da respuesta a la primer pregunta del problema planteado).

Para responder la concentración de cada uno de los gases se parte de la ecuación definida para este concepto.

Recordar que: **x + y = 1**

$x = N_2$

$y = H_2$

¿Cómo calcular la concentración de nitrógeno y de hidrógeno con la información dada en las tablas anteriores? La manera en que puede atenderse la problemática es considerando la entrada de forma independiente de cada uno de los gases para establecer la relación de entrada y salida del gas.

Entonces:

Nitrógeno (x)		Hidrógeno (y)		Ecuaciones	Observaciones
Cantidad	Velocidad	Cantidad	Velocidad		
1	30	1	10	10(1)+30(0)=40x Ecuación 3	Para establecer la cantidad de nitrógeno sin considerar al hidrógeno
				10(0)+30(1)=40 y Ecuación 4	Para establecer la cantidad de Hidrógeno sin considerar al nitrógeno

Con la ecuación 3 se puede obtener la concentración del nitrógeno, despejando para ello dicha ecuación.

10(1)+30(0)=40x
10=40x
x=10/40
x=0.25 Kg.mol de nitrógeno

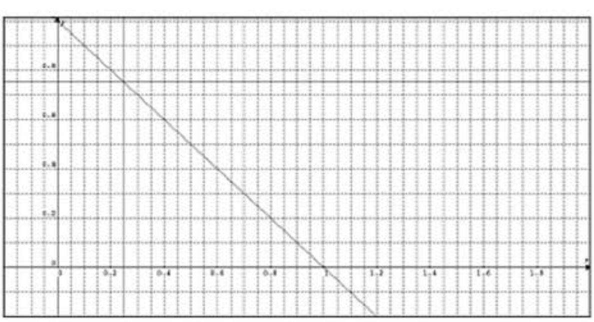
Con la ecuación 4 se puede obtener la concentración del hidrógeno, despejando para ello dicha ecuación.

10(0)+30(1)=40 y
30(1)=40 y
y=30/40
y=0.75 kg.mol de hidrógeno

Para comprobar utilizamos la ecuación 1.

x+y=1
0.25+0.75=1

Para obtener la solución gráfica, es necesario trabajar con las ecuaciones 1, 3 y 4.



Con el análisis de la información el profesor de matemáticas puede establecer la primera ecuación y encontrar la velocidad de entrada del gas.

Para encontrar la concentración de los gases de salida los considera como fenómenos independientes. Esta situación puede crear un conflicto cognitivo para los estudiantes, pues para tomar esta consideración se deben vincular los conocimientos técnicos con los matemáticos. Lo anterior aumenta el grado de complejidad del problema matemático a resolver, pues no es una situación evidente ni dada en el planteamiento original del problema.

Se obtienen los datos requeridos. Sin embargo, no es evidente el uso de un sistema de ecuaciones lineales como comúnmente se presentan en las clases de matemáticas, en donde los sistemas a resolver por los estudiantes son considerados como perfectos.

El profesor de matemáticas utiliza las ecuaciones encontradas para resolver el problema matemático. Destaca que es necesario todo el análisis de la información técnica para poder graficar. Éste es el paso más importante para garantizar el éxito en la solución del problema.

Fuente: notas del profesor de matemáticas (2013).

en la clase de matemáticas (un sistema con dos incógnitas bien definidas y fáciles de resolver por el algoritmo enseñado: sustitución, igualación, suma y resta o método gráfico); c) para que un profesor de matemáticas proponga la solución de este tipo de problemas es necesario que él se involucre en el área técnica a fin de garantizar una adecuada transposición contextualizada, de lo contrario, es posible que fortalezca la idea en sus estudiantes de que las matemáticas son difíciles y complicadas de entender y aprender. En este punto es donde se establece la Matemática en Contexto (fase didáctica de la MCC) como una de las estrategias que puede permitirle al profesor vincular las matemáticas con las ciencias y el área técnica. De esta manera, el docente puede establecer propuestas didácticas enfocadas en desarrollar la competencia de resolución de problemas, con los desafíos que esto conlleva para su formación docente, dado que será necesario que se involucre en la carrera con la que colabore; tarea que requiere tiempo didáctico y cognitivo, tanto para él como para los estudiantes.

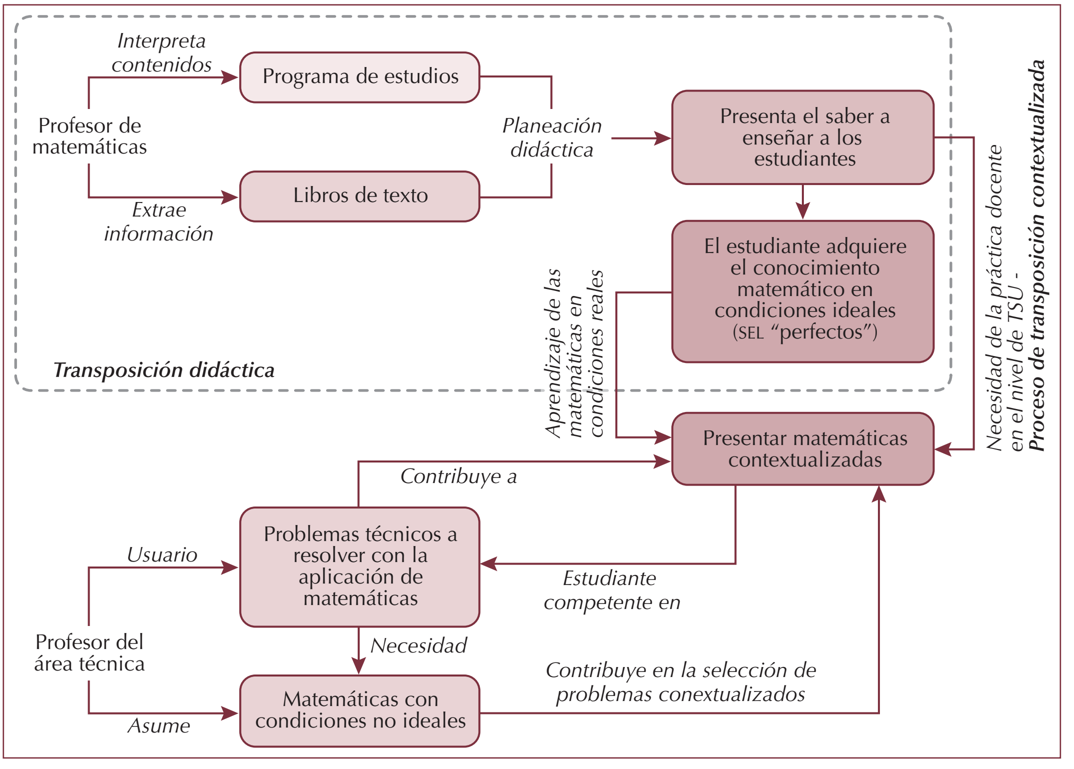
En torno al problema técnico, resuelto mediante un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, se identifican varios momentos en los que se presenta la transposición didáctica (gráfica 15) y la transposición contextualizada, a saber:

a. Transposición de los programas de estudio por parte del profesor de matemáticas.
b. Transposición de los contenidos matemáticos de los libros de texto por el profesor de matemáticas.
c. Presentación de los saberes en la clase de matemáticas, concebidos como casos "perfectos".
d. Transposición de los saberes aprendidos por el estudiante.
e. Transposición contextualizada realizada por el profesor de matemáticas al resolver un problema técnico mediante el planteamiento de un SEL, y transposición del profesor del área técnica, donde éste supone que los estudiantes tienen un dominio del saber matemático enseñado.

Conclusiones

A partir del análisis efectuado de transposición contextualizada se evidencia la distancia existente entre cada uno de los saberes vinculados a la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales y su aplicación en el área técnica para el nivel Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios. Destaca la enseñanza matemática descontextualizada del área de formación del estudiante, donde predomina una perspectiva reduccionista de la matemática: memorización, desarrollo de procesos algorítmicos y solución de problemas matemáticos en los que

Gráfica 15. Proceso de transposición didáctica y transposición contextualizada en un sistema de ecuaciones lineales (SEL).



Fuente: elaboración propia (2013).

se aplican sistemas de ecuaciones algebraicas lineales perfectas, lo cual dificulta la transferencia del conocimiento matemático al conocimiento matemático de aplicación.

Durante el proceso de análisis se observa que hay una relación directa entre lo que piensa el profesor y lo que enseña, pues su conocimiento afecta, favorable o desfavorablemente, la práctica pedagógica que realiza. Lo mismo aplica al uso que hace de los libros de texto, porque en ellos se observa una carencia de vinculación con otras áreas del conocimiento propias de la formación del estudiante, limitando, por tanto, el aprendizaje.

El concepto de transposición didáctica y transposición contextualizada, tal como ha sido elaborado en la didáctica de las matemáticas y en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, respectivamente, puede ser útil y servir de marco para el estudio de los problemas en que habrán de aplicarse las matemáticas, y que corresponden a otras disciplinas. Esto supone tener en cuenta de manera más sistemática las diferentes prácticas que pueden servir de punto de partida para una transposición, pero también supone un mayor involucramiento del profesor de matemáticas en la carrera en la que imparte clases, así como una actividad didáctica autocrítica.

Finalmente, se hace manifiesta la necesidad de determinar si en otros contextos y con otro tipo de problemas de aplicación la matemática, tal como se muestra en el salón de clases, es de utilidad, o si hay que hacer modificaciones para presentarla y garantizar, así, el éxito de los estudiantes al resolver problemas técnicos que requieren la aplicación de las matemáticas, favoreciendo con ello una formación matemática con una función social y de utilidad para la vida profesional de los estudiantes.

Referencias

Baldor, A. (1999). *Álgebra* (7ª reimpresión). México, D. F.: Publicaciones Cultural.

Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. *Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN*. México, D. F.: IPN.

Camarena, G. P. (1995). La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería. *Memorias del XXVIII Congreso Nacional de Matemática Mexicana*. Colima, Mx.: Sociedad Matemática Mexicana

Camarena, G. P. (2000). *Informe del proyecto de investigación titulado: etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*. México, D. F.: ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2001). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, D. F.: Editorial ANUIES, Colección de investigaciones.

Camarena, G. P. (2006). La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI. *Científica*, *10*(4), 167-173. Recuperado el 12 de enero de 2013, de: http://www. redalyc. org/articulo. oa?id=61410403

Camarena, G. P. (2008). Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas. Conferencia Magistral, Perú. Recuperado el 5 de mayo de 2013, de: http://www.riieeme.mx/docs/SRBQPatyCamarena2008.pdf

Camarena, G. P. (2012). Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería. *Innovación Educativa 12*(58), 35-56. Recuperado el 5 de mayo de 2013, de: http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4045892.pdf

Chevallard, Y. (1980). The didactics of mathematics: Its problematic and related research. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, *1*, 146-157.

Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique; du savoir savant au savoir enseigné*, París, Fr.: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Ar.: AIQUE grupo editor. Recuperado el 10 de enero de 2013, de: http://www. e-historia. cl/cursosudla/13-EDU413/lecturas/03%20-%20La%20Trasposicion%2 0Didactica%20-%20Del%20Saber%20Sabio%20al%20Saber%20Ense%C3% B1ado%20-%20Yves%20Chevallard%20(pag.%203-24).pdf

Gómez, M. M. A. (2005). La transposición didáctica: historia de un concepto. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, *1*(julio-diciembre), 83-115. Recuperado el 7 de febrero de 2013, de: http://200. 21. 104. 25/latinoamericana/downloads/Latinoamericana1_5. pdf

Rees, K. P., y Sparks, F. W. (1998). *Álgebra*. México, D. F.: Reverté Ediciones.

Peña, T., y Pirella, J. (2007). La complejidad del análisis documental. *Información Cultura y Sociedad*, (16), 55-81.

Rivera, C. R. E., Leyva, S. E., y Amado, M. M. G. (2003). El estudio del dominio del lenguaje algebraico que prevalece entre alumnos de nuevo ingreso. Universidad Autónoma de Baja California-InstitutoTecnológico de Mexicali. *Mosaicos Matemáticos*, (11), 115-120.

Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica* (3ª ed.). México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2009). Problemas contextualizados: una estrategia didáctica para aprender matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *22*. México, D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.

Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2010). Análisis cognitivo de los alumnos al resolver problemas contextualizados. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *23*. México, D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.

Caracterización de una comunidad de práctica orientada al uso de la matemática en la enseñanza de la ingeniería

Adriana Hernández Morales
Rosa del Carmen Flores Macías
Universidad Nacional Autónoma de México

Resumen

Las comunidades de práctica son fundamentalmente ámbitos privilegiados de aprendizaje que se establecen tanto en organizaciones públicas como en instituciones de educación. Su principal objetivo es convertir los saberes personales en valores colectivos que se traduzcan en prácticas diferentes o renovadas (Wenger, 1998). Los grupos de docentes que tienen una trayectoria de trabajo conjunto pueden entenderse mejor a sí mismos e impulsar su desarrollo si se identifican como una comunidad de práctica. El objetivo de este trabajo es mostrar el proceso seguido para caracterizar como tal a un grupo de investigadores y profesores que enseñan matemáticas a estudiantes de ingeniería, bajo el enfoque de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Esta caracterización ocurre en tres etapas: 1) identificación de referentes conceptuales, 2) negociación de significados, 3) establecimiento de significados compartidos. El diálogo con la líder de la comunidad, sobre sus experiencias y fundamentación de su enfoque, lleva al reconocimiento de la comunidad de práctica MCC-IPN-ESIME. A partir de este hecho, se hacen diferentes consideraciones sobre las implicaciones para el grupo.

Palabras clave

Comunidad de práctica, enseñanza de la matemática, docentes, ingeniería.

Characterization of a community of practice using oriented mathematics in engineering teaching

Abstract

Communities of practice are fundamentally privileged opportunities of learning established in public organizations as in educational institutions. The main objective of these communities is to convert personal knowledge on collective values that result in practices either renovated or different (Wenger, 1998). Groups of teachers who have a history of working together may get a better understanding of them and develop if they are identified as a community of practice. The aim of this paper is to show the process followed to characterize as a community of practice a group of researchers and teachers who use the perspective of Mathematics in Sciences Context. This characterization takes place in three stages: conceptual referents identification, negotiation of meaning, and establishment of shared meanings. The dialogue with the leader of the community about their experiences

Keywords

Community of practice, teaching mathematics, teachers, engineering.

Recibido: 12/07/2013
Aceptado: 14/08/2013

and substantiation of their approach, leads to the recognition of the community of practice MCC-IPN-ESIME. Based on this fact, are made different considerations of the implications for the group.

Introducción

Se ha reconocido que es necesario dejar atrás las explicaciones del quehacer del docente centradas en una práctica marcada por el aislamiento, para adoptar planteamientos que asumen su participación en un núcleo profesional. De esta situación se deriva la necesidad de entender la labor de los profesores como un proceso de construcción de una cultura propia en la que la colaboración y la participación son los ejes principales.

Jean Lave y Etienne Wenger, así como los que han retomado sus aportaciones sobre las comunidades de práctica, sustentan la idea de que todo aprendizaje es un hecho social. Las personas aprenden mediante las relaciones que establecen con otras personas que también están aprendiendo mientras realizan una actividad que tiene un valor social. Esto es, aprenden en el contexto de una práctica, bajo la influencia de una cultura y en interacción con el otro.

Las comunidades de práctica son organizaciones que aprenden y aparecen en diferentes ámbitos, entre ellos, los educativos. Las instituciones de educación son, fundamentalmente, ámbitos privilegiados de aprendizaje en los que los docentes crean y reconstruyen el conocimiento, y al mismo tiempo generan un aprendizaje colectivo, más allá de lo que se aprende de manera individual (Wenger, 1998).

Las comunidades de práctica son una oportunidad de desarrollo para los docentes, por lo que cabe preguntarse: ¿cómo identificar y/o diferenciar a una comunidad de práctica? Ésta es una cuestión particularmente importante entre los investigadores que tratan de comprender cómo funcionan y qué beneficios tienen las agrupaciones de profesores orientadas a crear conocimiento para el desarrollo de mejores propuestas didácticas. Para responder a dicha pregunta, el objetivo del presente trabajo es identificar y caracterizar a un grupo de profesores e investigadores como una comunidad de práctica. Para tal fin, primero se describen las dimensiones definitorias de una comunidad de práctica, luego se detalla cómo funcionan las comunidades de práctica en el ámbito educativo y, posteriormente, se presenta el estudio realizado.

Las dimensiones definitorias de la comunidad de práctica

Una comunidad de práctica está conformada por un grupo de personas que comparten una preocupación, un conjunto de problemas o un interés común acerca de un tema. Por medio de la interacción continua, quienes participan en ella profundizan su conocimiento y desarrollan una mayor pericia (Wenger, McDermott, y Snyder, 2002). La comunidad de práctica no debe confundirse con el resto de grupos de trabajo, que pertenecen a una organización, que trabajan juntos por designación de un superior para desarrollar un proyecto o trabajo concreto, y que están sujetos a su duración o a los cambios que puedan darse en una institución (Wenger *et al*., 2002).

Lave y Wenger (1991) desarrollan el concepto de comunidad de práctica para mostrar la importancia de la actividad como nexo entre el individuo y su comunidad, así como la de las comunidades para legitimar las prácticas individuales. Resaltan el valor del aprendizaje como una actividad en la que el desarrollo del conocimiento es eminentemente social, lo conceptualizan como un hecho colectivo frente a la idea tradicional que lo limita a un proceso individual; es decir, los participantes crean compromisos mutuos en la consecución de las metas de la comunidad. Se parte del supuesto de que el aprendizaje y la práctica son lo mismo, las comunidades refinan su conocimiento desarrollando una labor.

El concepto comunidad de práctica asocia el desarrollo de una actividad socialmente reconocida al contexto en el que tiene lugar, lo cual sirve a dos propósitos: distinguirla del concepto más amplio de cultura y definirla como un tipo específico de comunidad (Wenger, 1998). Al realizar una actividad socialmente significativa los miembros de una comunidad adoptan una responsabilidad colectiva para atender una problemática, gestionar su aprendizaje, establecer un compromiso y definirse a sí misma: "identidad es una forma de hablar acerca de cómo el aprendizaje cambia lo que somos y crea historias personales de transformación en el contexto de nuestras comunidades" (Wenger, 2010, p. 211).

La comunidad funciona con un liderazgo compartido. La revisión y reflexión de los saberes y la experiencia de cualquier miembro dan lugar a comprensiones más complejas que se traducen en acción y en desarrollo del grupo. Todos aportan conocimiento a la comunidad, así, el aprendizaje y la identidad de la comunidad se entrelazan. Las jerarquías no existen, la ubicación de cada individuo es flexible y dinámica, y está dada por su nivel de involucramiento en las actividades de la comunidad (Wenger, 1998; Wenger, McDermott y Snyder, 2002; Montecinos, 2003).

Para los miembros de la comunidad, aprender es un proceso de apropiación y dominio en el empleo de recursos y herramientas orientadas a metas. Cada miembro pasa por un proceso de "participación legítima periférica" en el que recibe el apoyo de los miembros más expertos para realizar actividades importantes para la comunidad, que gradualmente se vuelven más complejas. Los logros de cada individuo son el resultado del tránsito de un lugar en la periferia de la comunidad hacia una participación plena (Lave y Wenger, 1991).

Las dimensiones que dan coherencia a una comunidad y constituyen sus ejes son: el dominio, la comunidad y la práctica (Wenger, McDermott, y Snyder, 2002; Wenger, 2004). Enseguida describiremos brevemente cada una. Más adelante ampliaremos la descripción al reportar el estudio.

Dominio: es el conocimiento alrededor del cual los miembros de la comunidad se afilian e interactúan. La comunidad se organiza en torno del dominio; mediante una participación comprometida y sostenida, los miembros negocian aquellos significados que subyacen a las actividades de la comunidad hasta volverlos significados compartidos.

Comunidad: se establece por medio de relaciones de mutuo compromiso por las que los miembros de la comunidad se integran como una entidad social, interactúan regularmente, se comprometen en actividades conjuntas, construyen relaciones de confianza. El compromiso mutuo es la base de la creación de una *empresa conjunta* con una identidad propia, comprendida y continuamente renegociada por sus miembros. Los intereses y las necesidades individuales pueden ser distintos, pero suponen un proceso colectivo de negociación definida de manera continua por los participantes.

Práctica: los miembros de una comunidad son practicantes de algo que les es común. La práctica puede hacerse explícita de manera consciente, pero también puede que ocurra de modo no intencionado. Las características de la práctica, que sirven de fuente de coherencia a una comunidad, son: el compromiso mutuo, la empresa conjunta y el repertorio compartido:

a. Compromiso mutuo. Afilia a lo miembros de una comunidad mediante una participación mutua y sostenida en actividades de negociación de aquellos significados que importan.
b. Empresa conjunta. El hecho de negociar las acciones comunes mantiene unida a la comunidad mediante un proceso colectivo de negociación definida continuamente por los participantes que, si bien pueden tener intereses y necesidades distintas, establecen relaciones mutuas de responsabilidad que dan lugar a una fuerte coordinación y desarrollo.
c. Repertorio compartido. Esta característica de la práctica es la que da coherencia a la comunidad, mediante la creación de recursos compartidos necesarios para la negociación de significado y para el compromiso con la práctica. Se constituye de rutinas, artefactos, vocabulario, estilos de afrontar problemas, etcétera que los miembros han desarrollado con la experiencia.

En resumen, la comunidad de práctica puede ser vista como un grupo de personas que comparten una preocupación, un conjunto de problemas o un interés acerca de un tema, y que profundizan su conocimiento y pericia mediante una interacción continua. Por su naturaleza, las instituciones educativas son un espacio idóneo para su desarrollo.

Las comunidades de práctica en el ámbito educativo

En la escuela, las comunidades de práctica son vistas como un ámbito más de un sistema complejo de aprendizaje que trasciende sus muros. En este sentido, las comunidades tienen un efecto al menos en tres dimensiones relacionadas con un fin último que es el aprendizaje: a) internamente, organizan las experiencias educativas vinculando diferentes materias; b) externamente, analizan cómo vincular las formas de participación y experiencias de los estudiantes con escenarios más allá de la escuela; c) analizan cómo mantener que el interés de los estudiantes trascienda el periodo de aprendizaje escolar (Wenger, 2006).

Los integrantes de una comunidad de práctica en una institución de educación superior tienen diferentes niveles de participación; sin embargo, ya sea que se trate de profesores, estudiantes o profesionales, todos aportan a la comunidad diferentes tipos de conocimiento, ideas y conceptos que se consideran herramientas colectivas con las que pensar y aprender.

Para lograr sus objetivos, la comunidad parte de relaciones igualitarias entre sus participantes. Las relaciones de poder son una limitante para su desarrollo: una excesiva dependencia de figuras de poder puede dar lugar al estancamiento de la comunidad, pues es poca la oportunidad de discutir los temas de la comunidad desde diferentes perspectivas, y algunas voces pueden ser acalladas. Por la misma razón, se evita que aparezcan jerarquías que den lugar a que los participantes se agrupen por niveles; al contrario, se busca la participación conjunta de los expertos y los novatos, creándose así un compromiso mutuo. Si bien hay quienes asumen el liderazgo, éste es visto como un acto de servicio: el líder tiene el compromiso de apoyar el aprendizaje de otros miembros y favorecer la gestión de la actividad de la comunidad (Wenger, *et al*., 2002).

En el caso de los profesores de matemáticas, diferentes investigaciones hablan de que las comunidades de práctica apoyan el desarrollo de sus miembros y crean un compromiso mutuo de impulsar una práctica docente con ciertas cualidades que innove o solucione problemas. Este compromiso se manifiesta de varias maneras: en la colaboración para el desarrollo de un repertorio de herramientas para la enseñanza orientadas a la autonomía del aprendiz; en la reflexión conjunta que, a la par de apoyar la toma de conciencia de las propias formas de pensar, da lugar al desarrollo del conocimiento; en la valoración de la labor de cada uno de sus integrantes, que se refleja en la confianza con la que la realizan (Llinares, 2008; Da Silva, 2010; Graven, 2004).

Lo más importante, sin embargo, es que la comunidad de práctica es un espacio en el que el profesor comparte un aprendizaje y construye una identidad (Lave y Wenger, 2007). En este contexto, aprender a pensar, hablar y actuar como un profesor de matemáticas implica que los docentes aprendan de manera sistemática, activa y crítica, involucrándose en procesos de reflexión y razonamiento sobre su práctica.

En síntesis, en la educación matemática una comunidad de práctica la constituye, básicamente, un grupo de profesores que aprenden en su actividad, negocian significados sobre la acción docente, generan oportunidades de desarrollo profesional y mejoran la enseñanza en contextos particulares. Es importante resaltar que no cualquier grupo de trabajo es, en sí, una comunidad de práctica: para ser considerada como tal se deben reunir las características que hemos mencionado. No se trata de un grupo cuyos miembros se unen porque tienen en común el compromiso de realizar una labor (por ejemplo, enseñar matemáticas), grupo en el que cada individuo aprende al margen de otros y, una vez concluida la tarea, los integrantes se dispersan. Para constituirse como una comunidad de práctica el grupo debe compartir un aprendizaje y una identidad.

La caracterización de una comunidad de práctica

Para poder identificar y caracterizar en el ámbito educativo a un grupo como una comunidad de práctica es necesario que se manifiesten sus características y dimensiones, por esta razón se propone un estudio cuya meta es caracterizar a un grupo de profesores e investigadores que ha colaborado, por muchos años, de manera sostenida y dinámica, innovando en su práctica docente y haciendo uso de las matemáticas para enseñar a estudiantes de ingeniería. Este grupo, que se autodenomina de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, se desempeña en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Electrónica (ESIME) del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

El estudio es de corte cualitativo; se trata de un estudio de caso intrínseco, circunscrito al proceso de caracterización; su intención no es generar una teoría ni generalizar los datos, sino comprender mejor cómo la comunidad se integra y cuáles son los beneficios potenciales de reconocerse como tal (Stake, 1995). Cabe mencionar que el presente estudio forma parte de una investigación más amplia que indaga sobre los mecanismos de aprendizaje de los participantes legítimos periféricos.

El proceso de caracterización ocurre en el diálogo entre la líder de la comunidad y las investigadoras, quienes sostienen diferentes entrevistas a profundidad (Bogdan y Taylor, 1994) que llevan a un entendimiento completo acerca de las metas, experiencias y preocupaciones del grupo. Se pensó en la líder como informante, porque su papel dentro de la comunidad, más allá de dirigir el trabajo, es propiciar un ambiente que facilite la interrelación de sus miembros. El líder es un miembro respetado y tiene un conocimiento profundo de la comunidad, es moderador en las reuniones, gestiona el acceso a la información y se encarga de organizar el conocimiento que se intercambia (Wenger *et al*., 2002).

El diálogo entre las investigadoras y la líder dio lugar a un recuento biográfico del grupo, pero, primordialmente, a una reflexión en torno al vínculo entre los referentes conceptuales que sustentan la idea de comunidad de práctica y los que sustentan los planteamientos del grupo de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC).

En la gráfica 1 se esquematiza el proceso seguido para identificar y caracterizar al grupo MCC como una comunidad de práctica. Se desarrollaron tres etapas; para cada una se describen las herramientas, el foco de atención y los productos resultantes.

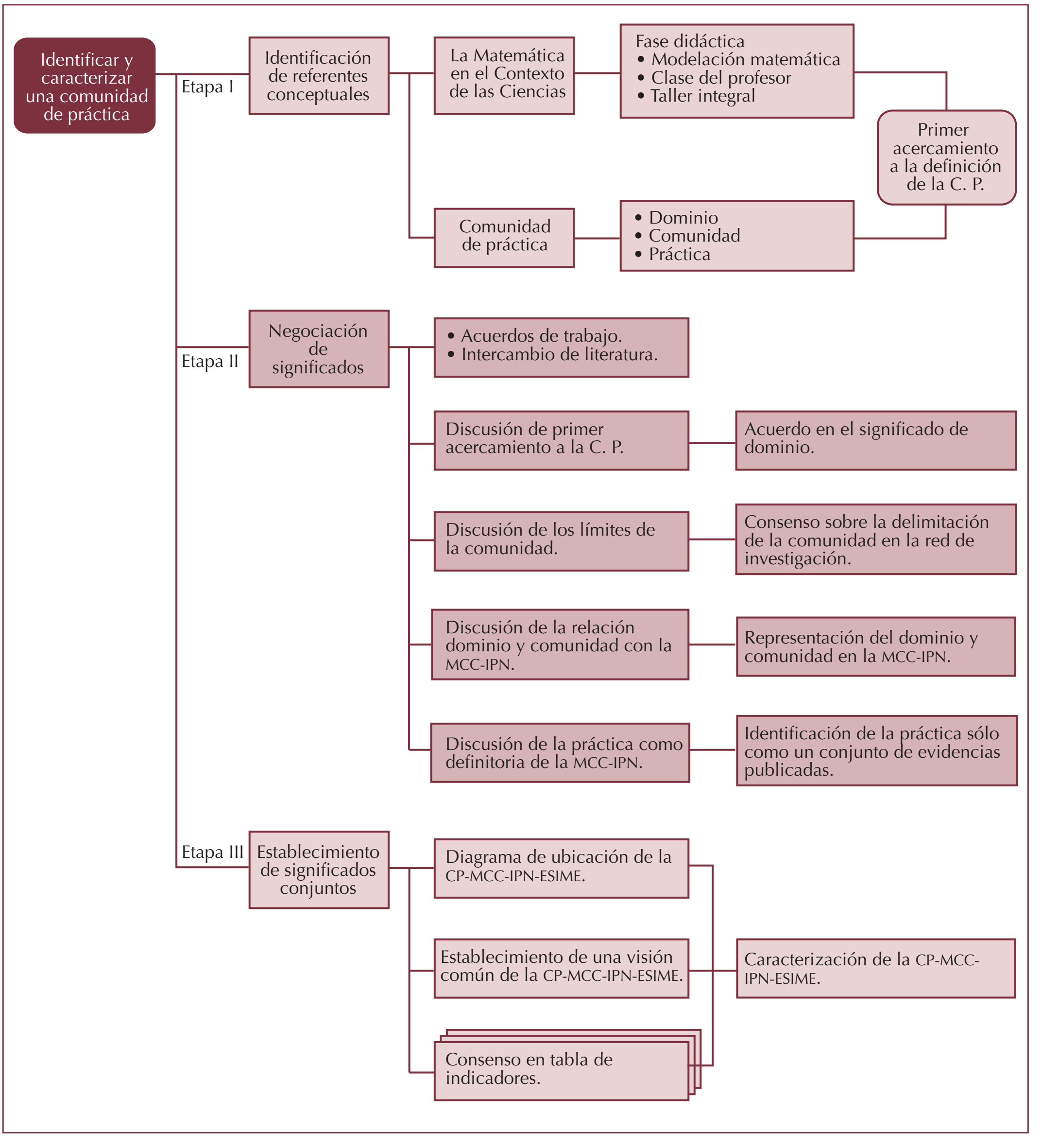
Etapa I. La identificación de referentes conceptuales.

El primer acercamiento al grupo MCC fue mediante la revisión de sus documentos publicados. Tuvo como propósito analizar sus fundamentos teóricos, prácticos y filosóficos para empatarlos con los referentes teóricos desde los cuales se define la comunidad de práctica. En esta revisión se encontraron referentes para hablar del *dominio*, es decir, de la organización alrededor del conocimiento a partir del cual se definieron metas y compromisos. De este análisis se desprendió la siguiente información.

Es un grupo de trabajo que se ha desarrollado a lo largo de 30 años en el Instituto Politécnico Nacional (IPN), en la Escuela Superior de Mecánica y Electricidad (ESIME), en la ciudad de México. Inició con investigaciones sobre lo cursos de matemáticas en las áreas de ingeniería, buscando respuestas a la problemática que todo docente vive por la antipatía de los estudiantes hacia esta materia. Su principal interés ha sido reflexionar acerca del vínculo que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren (Camarena, 1995).

El supuesto filosófico del grupo ha sido capacitar al estudiante para que transfiera el conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren, con el objetivo de favorecer las competencias profesionales y laborales. Camarena (2003) comenta que el grupo MCC ayuda al estudiante a construir su propio conocimiento con enlaces firmes y duraderos, y no volátiles, y refuerza el desarrollo de las habilidades del pensamiento mediante el proceso de resolver problemas y proyectos vinculados con los intereses del alumno.

Gráfica 1. Proceso de caracterización del grupo MCC como una comunidad de práctica.



Para el grupo MCC el tema clave es la matemática enseñada en el contexto de la ciencia, y procura lograr distintos propósitos, como son:

- Vincular la matemática con otras disciplinas afines a la electrónica.
- Desarrollar los cursos de matemáticas de acuerdo con las necesidades y ritmos que dictan los cursos de ingeniería.

- Clasificar y caracterizar los modelos matemáticos en ingeniería, ya que es un elemento clave en la formación del ingeniero.
- Fortalecer la reorganización cognitiva de conceptos y procesos matemáticos.
- Preparar al estudiante para que enfrente su futura actividad laboral y profesional de manera competente.
- Utilizar la estrategia didáctica que el grupo MCC propone para la modelación matemática (Camarena, 1984, 1987, 1995, 2001, 2005, 2007).

La evolución del planteamiento teórico del grupo ha ocurrido en diferentes momentos; en ella se identifican cinco fases:

- Curricular (1984), orientada a establecer el vínculo entre la ingeniería y la matemática.
- Didáctica (1987), dirigida a delimitar cómo se enseña la ingeniería utilizando la matemática.
- Epistemológica (1988), en la que se establece que no es posible separar la ingeniería de la matemática; esta última es vista como una herramienta de apoyo, con una función específica en el nivel universitario.
- Formación docente (1990), se establece la necesidad de que los docentes de ingeniería tengan una formación didáctica para enseñar, integradamente, ingeniería y matemática.
- Cognitiva (1992), orientada a que los estudiantes aprendan a pensar integrando la matemática y la ingeniería.

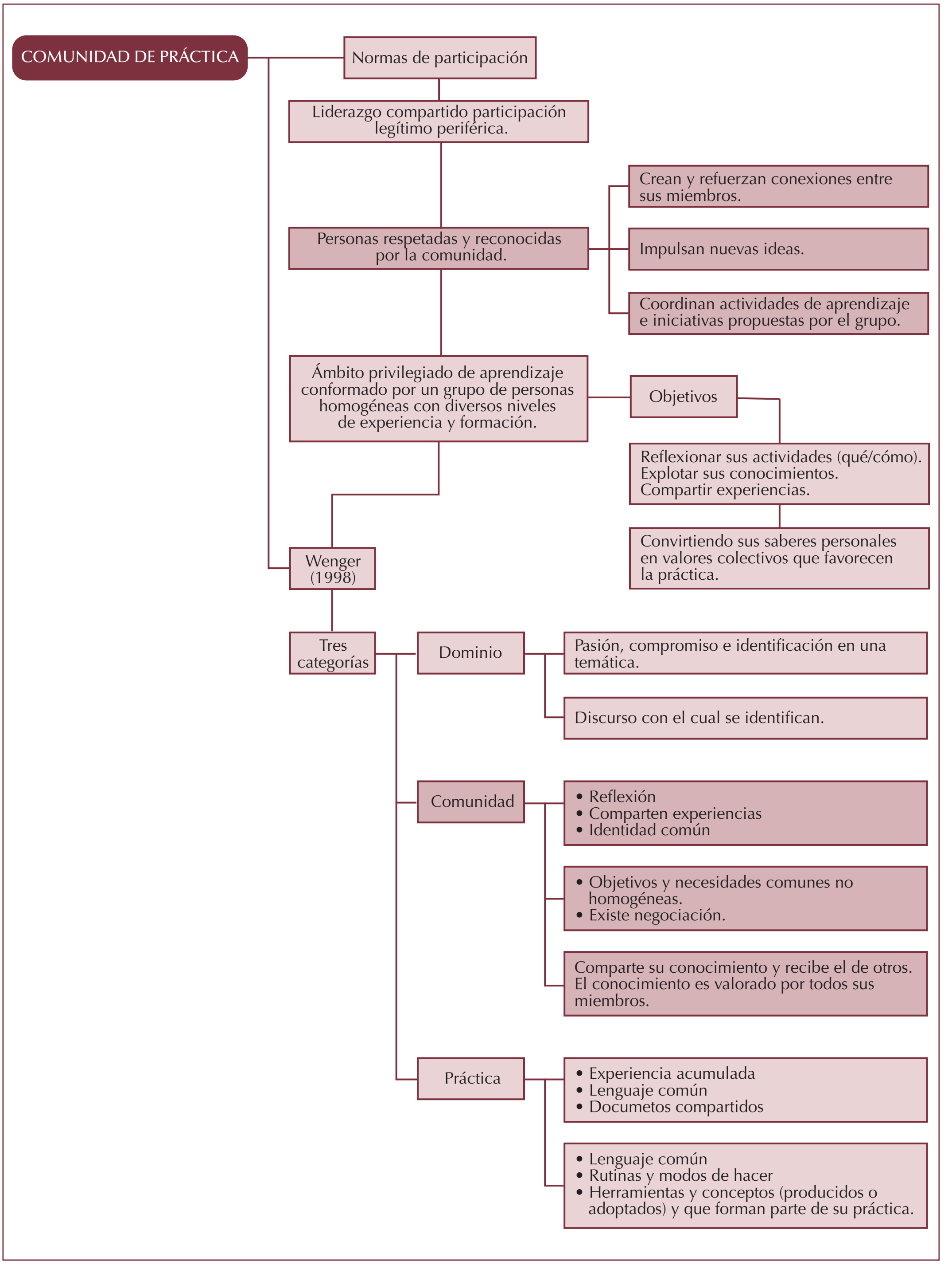
Estos referentes conceptuales del *dominio*, además de ser el resultado del primer acercamiento a la caracterización del grupo MCC como una comunidad de práctica, continuaron siendo una parte medular del diálogo con la líder. A partir de ellos tiene lugar la negociación de significados.

Etapa II. La negociación de significados.

En el diálogo entre las investigadoras y la líder cada cual presenta su propia perspectiva para llegar a un entendimiento mutuo. Exponen sus puntos de vista sobre las conceptuaciones que les son familiares: para las primeras, son los componentes de la comunidad (dominio, comunidad y práctica); y, para la segunda, son los planteamientos del grupo MCC.

Como punto de partida, las investigadoras presentan a la líder una representación gráfica de lo que es la comunidad de práctica (véase la gráfica 2). Esto favorece que ella tenga una apreciación más clara de sus dimensiones fundamentales. Igualmente, a partir

Gráfica 2. Esquematización de la constitución de una comunidad de práctica.



ALEPH

de este momento la líder presenta sus ideas, siempre aludiendo a los referentes teóricos del trabajo del grupo MCC.

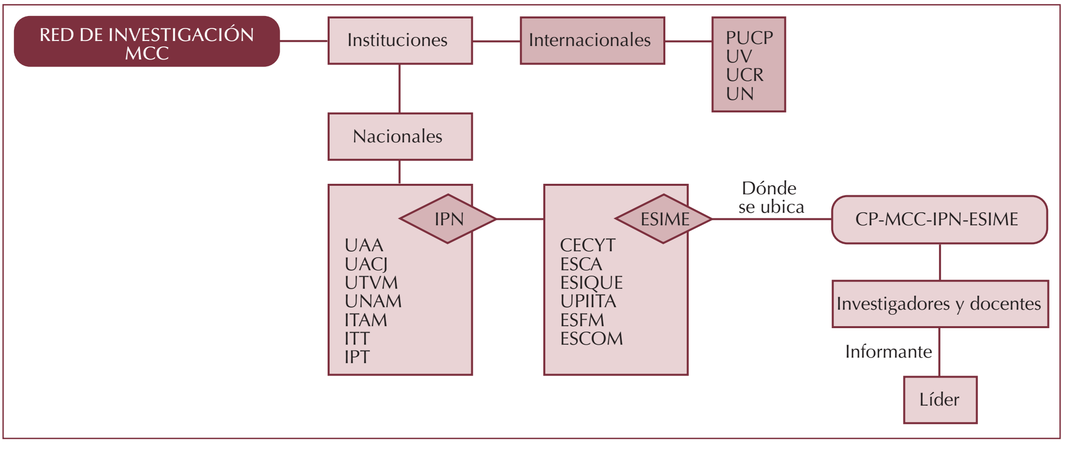
En este contexto, el diálogo se centra en ubicar los límites de la comunidad y reconocer al grupo MCC como tal.

Ubicación de los límites de la comunidad

Las comunidades de práctica están inmersas en instituciones sociales más amplias; si bien aquéllas son parte de éstas, no son las que les dan su identidad. Por esta razón, dos tareas importantes de esta fase fueron: establecer la diferencia entre el grupo MCC y otros grupos que pertenecen a una misma red de investigación, y sentar las bases para comparir una visión común entre la líder y las investigadoras sobre el significado que se da a la noción de "comunidad".

En la gráfica 3 se sitúa al grupo como parte de la red de investigación. Aquí se identifica la institución (IPN) estableciendo contacto con la red, y se establecen las fronteras con otros grupos que son parte de la misma red, pero que difieren, en su práctica, en la actividad específica alrededor de la que el grupo MCC se ha desarrollado, así como en el repertorio compartido; es decir, en sus experiencias, historias y maneras de enfrentar problemas (Wenger *et al.*, 2002). Al llegar a este punto, las investigadoras y la líder acuerdan que el grupo sea identificado como una comunidad de práctica a la que denominan "La Matemática en el Contexto de las Ciencias del Instituto Politécnico Nacional en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Electrónica" (MCC-IPN-ESIME), distinguiéndola, así, de los otros grupos que participan en la red de investigación y en la institución a la que pertenencen.

Gráfica 3. Ubicación de la comunidad de práctica MCC-IPN-ESIME dentro de la Red de Investigación y en la propia institución.



En esencia, lo que se acuerda es que, si bien el grupo comparte con la red de investigación y con la institución una visión de cómo enseñar la ingeniería utilizando las matemáticas, tiene una identidad propia que la distingue por su conocimiento y experiencia en la enseñanza (cuadros 1 y 2).

Para llegar a este acuerdo fue central identificar las actividades en las que solo participa el grupo, al margen del resto de la red de investigación. Entre ellas se mencionaron: un taller integral para alumnos de noveno semestre, en el que se trabaja alrededor de los planteamientos del dominio; el empleo de

Cuadro 1.
Identificación de referentes para el dominio del conocimiento.

Dominio de conocimiento. Definido por medio de un discurso y una competencia que se comparten y que distinguen a los miembros de la comunidad de otros grupos. Está centrado en áreas de interés y temas clave que dan a la comunidad una identidad propia (Wenger, 2006).		
Definición en el contexto de la MCC-IPN-ESIME	**Propósito de la MCC-IPN-ESIME**	**Evidencias generadas por la MCC-IPN-ESIME**
El tema central es enseñar cómo se utiliza la matemática en el contexto de las carreras de ingeniería. Sus planteamientos se orientan a capacitar al estudiante para que transfiera el conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y, así, favorecer las competencias profesionales y laborales. Se fundamenta en los siguientes paradigmas: 1. La matemática es una herramienta de apoyo y una disciplina formativa. 2. La matemática tiene una función específica en el nivel universitario. 3. Los conocimientos nacen integrados.	Fortalecer en los alumnos la reorganización cognitiva de conceptos y procesos matemáticos, para promover que construyan modelos matemáticos. Preparar al estudiante para que enfrente su futura actividad laboral y profesional de manera competente. Desarrollar los cursos de matemáticas acordes con las diferentes asignaturas, logrando que los alumnos construyan modelos matemáticos. Utilizar la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto para la enseñanza y el aprendizaje que incluye la modelación matemática.	Identificación de tres tipos de elementos que se describen matemáticamente dentro del conocimiento de la ingeniería: a) problemas de la ingeniería, b) objetos de la ingeniería, c) situaciones específicas que determina la ingeniería. Producciones de los alumnos reportadas en artículos. Trabajos publicados con problemas y proyectos contextualizados. Vinculación con las demás áreas del conocimiento en la formación del alumno. Actividades de enseñanza situadas en la futura vida profesional y laboral. Discusión de nociones matemáticas en problemas de la vida cotidiana.

Cuadro 2.
Delimitación de los referentes para la comunidad.

Comunidad. Al perseguir los intereses de su dominio, los miembros de la comunidad interactúan de modos específicos. Por medio de la reflexión, de compartir ideas, de escuchar experiencias e historias aprenden unos de otros y favorecen que nuevos miembros se integren a ella sobre la base de un compromiso y un liderazgo compartidos (Wenger, 2006).		
Definición en el contexto de la MCC-IPN-ESIME	**Propósito de la MCC-IPN-ESIME**	**Evidencias generadas por la MCC-IPN-ESIME**
Los miembros de la MCC interactúan con base en su filosofía sobre cómo debe enseñarse la matemática en la educación superior.	Reflexionar acerca del vínculo que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, y la matemática y las competencias laborales y profesionales. Identificar cómo modelar matemáticamente problemas de la vida laboral y profesional. Construir una estrategia didáctica que incorpore de manera consciente la modelación matemática en los cursos de matemáticas. Incorporar los componentes de actitudes y valores a las situaciones de enseñanza contextualizada.	Identificación de las interacciones de tres elementos que se describen matemáticamente dentro del conocimiento de la ingeniería: a) problemas de la ingeniería; b) objetos de la ingeniería; c) situaciones específicas que determina la ingeniería. Curso, impartido al grupo, sobre el análisis de Fourier, en el contexto del análisis de señales eléctricas y electromagnéticas. El caso de un grupo piloto de la carrera de Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, campus Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional de México. Se trabajó todo el proceso metodológico que describe la fase didáctica de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Diseño del taller integral para los estudiantes (tercera etapa del proceso didáctico de MCC). Proyectos de tesis de doctorado "Cómo incorporar la tecnología a la enseñanza de la transformada Z". Diseño del curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos.

estrategias específicas de enseñanza para trabajar en el aula; las reuniones de trabajo para analizar, discutir y planificar formas de enseñanza; las reuniones de trabajo entre la líder y algún participante del grupo, con fines de asesoría o de establecer acuerdos de trabajo. Posteriormente, en la siguiente fase, estas actividades serían entendidas como parte del componente "práctica" de la comunidad.

Reconocimiento de indicadores de la comunidad de práctica MCC-IPN-ESIME

Como ya se dijo, el *dominio* es el punto de partida con el que la comunidad se crea y articula como tal; define las interacciones y compromisos entre los miembros de la comunidad, al igual que su práctica. El primer consenso que se establece es en relación con el *dominio*: la revisión documental ofrece los referentes necesarios para que investigadoras y líder acuerden que el grupo posee un conocimiento propio que vincula a sus miembros y los distingue de otros grupos. Con el diálogo se facilitó la identificación de otros aspectos del *dominio*, varios de ellos fueron entendidos con mayor profundidad. Se acordaron la definición de *dominio* en el contexto de la MCC-IPN-ESIME, sus propósitos y evidencias (cuadro 1).

Los consensos entre líder e investigadoras alrededor del *dominio* favorecen que sea entendida de manera más profunda la MCC-IPN-ESIME. Se reconoce que las formas de interacción entre sus miembros están matizadas por una filosofía muy propia de la enseñanza que los lleva a reflexionar sobre el vínculo entre la matemática, las ingenierías y las destrezas laborales que los estudiantes necesitan desarrollar para atender los problemas de su profesión; es justo a partir de esta filosofía que se hace un planteamiento didáctico. Sus reflexiones y preocupaciones los llevan a trabajar juntos, aprendiendo de las experiencias individuales y grupales. En el cuadro 2 se presenta la definición de la comunidad a partir de los fundamentos de la MCC-IPN-ESIME, los propósitos que se persiguen y la evidencia que como comunidad han desarrollado.

Como resultado de esta fase se consigue una visión común de las nociones de *dominio* y *comunidad*. Por medio de la exposición de ideas y argumentos, las investigadoras y la líder negociaron los diferentes significados relacionados a la comunidad de práctica y a la matemática en el contexto de la ciencia, lo que conduce a una visión conjunta de las dos posturas (Voigt, 1994). En este proceso juega un papel central la mediación de las representaciones gráficas; gracias a los diferentes cuadros o tablas y diagramas confluyen los discursos y significados de las investigadoras y la líder. Al término de esta fase se llegó a una comprensión y a un consenso de conceptos por ambas partes, lo cual permitió definir y caracterizar al grupo como una comunidad de práctica, abriéndose así la posibilidad de entender la "práctica".

Etapa III. El establecimiento de significados compartidos.

En esta fase se revisaron y presentaron los propósitos y evidencias que ubican las actividades en las que la comunidad da sentido a la

Cuadro 3.
Delimitación de los referentes para la práctica.

Práctica. Experiencia acumulada como individuos o como comunidad, que resulta en un conjunto de referentes, ideas, información, lenguajes, historias y documentos que los miembros comparten (Wenger, 2006).

Definición en el contexto de la MCC-IPN-ESIME	Propósito de la MCC-IPN-ESIME	Evidencias generadas por la MCC-IPN-ESIME
La comunidad actúa orientada por su modelo de enseñanza, adecuado a diferentes actividades académicas. Esto da lugar a diferentes experiencias y conocimientos que se comparten en la práctica.	Analizar problemas de la ingeniería reportados en los libros de texto de los estudiantes, así como problemas reales de la industria y problemas de proyectos de investigación en ingeniería. Transferir el conocimiento, es decir, la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico como habilidad básica para el proceso de contextualizar los problemas matemáticos. Incorporar la modelación matemática a los cursos de matemáticas. Dar sentido y significado a los temas y conceptos de la matemática en el contexto de otras ciencias. Construir conocimientos integrados no fraccionados y aprendizajes significativos.	Publicaciones en memorias de congresos. Proceso didáctico que se hace evidente en: 1. El trabajo en el aula: se diseña y desarrolla la estrategia didáctica. 2. Cursos extracurriculares para desarrollar habilidades del pensamiento, habilidades heurísticas y metacognitivas. 3. Taller integral en los últimos semestres. 4. Reuniones de trabajo para asesoría y acuerdos.

noción de *práctica*. En el cuadro 3 se presenta cómo se delimitan la definición, los propósitos y evidencias para hablar de ella.

En las actividades de la comunidad de práctica MCC-IPN-ESIME la *práctica* ocurre en diversos entornos: en el aula, en la interacción de los docentes de la comunidad con sus alumnos, en la discusión entre sus miembros y otros profesores de ingeniería, y en un taller para alumnos de noveno semestre.

Esta fase de establecimiento de significados conjuntos estuvo matizada por los acuerdos sobre los indicadores que precisan e integran los componentes fundamentales para caracterizar a la MCC-IPN-ESIME como una comunidad de práctica; estos indicadores se conforman, primero, por las tres categorías clave que constituyen una comunidad; y, segundo, por los propósitos y productos creados por la comunidad.

Al concluir esta fase, la líder reconoce el valor de haber caracterizado a su grupo como una comunidad de práctica, en tanto que como grupo esto les da una identidad y les posibilita sistematizar y organizar su conocimiento.

> Considero que la tabla [se refiere a dominio, comunidad y práctica integrados] es un buen elemento para observar en qué categoría se integran los elementos de la MCC. Creo que esto permite ir sistematizando el trabajo de la CP-MCC-IPN-ESIME . . . porque así se llama . . . ahora ya no tengo duda, es clara la representación en el diagrama . . . y los indicadores así lo sustentan . . . el grupo es una comunidad de práctica. (Fragmento, entrevista con la Dra. Camarena, 2011)

A partir de este punto, la líder abre la posibilidad de que las investigadoras se acerquen más a la comunidad.

> Es importante que participen como observadoras en reuniones de trabajo de la comunidad de práctica y hacer observaciones de la clase de un profesor en la primera etapa de la fase didáctica y observación en el taller integral [segunda etapa de la fase didáctica], pues se puede escribir cómo se trabaja en la comunidad de práctica. . . . Sí, sería interesante, así lo creo. (Fragmento, entrevista con la Dra. Camarena, 2011)

Conclusiones

Para caracterizar a grupos de docentes que compartan un interés común como una comunidad de práctica es necesario enfocar la atención en lo que sus miembros piensan que es relevante y significativo al desarrollar su práctica, en lo que les da su identidad. Encontramos que en este proceso una vía adecuada es buscar al líder o grupo líder, pues, además de ofrecer una interpretación adecuada de los documentos de la comunidad, es quien conoce: las cuestiones importantes que están en juego en la comunidad, lo que es importante compartir, las ideas emergentes y, sobre todo, a sus miembros, así como las relaciones que se crean entre ellos (Wenger, 1998; Wenger *et al.*, 2002).

La identificación de un grupo de trabajo como una comunidad de práctica es un proceso que requiere buscar formas de comunicación que faciliten la negociación de significados y el establecimiento de significados compartidos. En este trabajo los diagramas y la ubicación de la información en cuadros lo hicieron. La sistematización de las representaciones favoreció la claridad sobre los conceptos, indicadores y definiciones; a partir de esto se tuvo mayor probabilidad de delimitar y establecer los elementos definitorios de la MCC-IPN-ESIME.

El proceso seguido nos muestra que el punto de partida para reconocer una comunidad es el *dominio*. Para el grupo, es evidente lo que es; no tanto por lo que hace, sino por los documentos en los que acota lo fundamentos teóricos de su práctica. Al tomar conciencia de que el dominio tiene sentido en las interacciones del grupo y que es lo que los afilia, se abre la posibilidad de verse a sí mismos como una comunidad que, si bien puede pertenecer a otra organización (la red de investigación) y a una institución (el IPN), tiene una identidad propia. Estos antecedentes son la base para reconocerse a sí mismos como practicantes con una visión común de cómo enseñar a los estudiantes a ver de manera integrada la matemática y la ingeniería.

Reconocerse como una comunidad de práctica implica, para el grupo y sus miembros, asumir una identidad desde la cual se reconocen e interactúan, pero también negocian sus prácticas con otras comunidades (como las otras escuelas del IPN) o con una comunidad global (como la red de investigación) (Wenger, 1998). Por medio del proceso fue posible apreciar que en este grupo de investigadores y docentes el significado, la comprensión y el aprendizaje están definidos en relación con elementos que a la vez son únicos y compartidos: un conocimiento que les es común, los contextos de su actividad, es decir, la matemática en el contexto de las ciencias, y sus experiencias en la práctica. Igualmente, al asumir una identidad propia, los miembros de la CP-MCC-IPN-ESIME se ven a sí mismos de manera integrada y buscan extender e innovar con sus prácticas, aprendiendo y compartiendo su conocimiento.

Una vez que el grupo es visto como una comunidad de práctica, el conocimiento fluye de manera más ágil y circula entre sus miembros. Así, se sientan las bases para que los docentes reconozcan el aprendizaje como un hecho social en el que la participación da lugar a un proceso de aprender y construir conocimiento. Esto puede dar pie a una transformación positiva de la práctica en el aula, pues los profesores, al ver la riqueza implícita en concebir el aprendizaje como un acto social, buscarán extender esta visión a sus aulas. Puede ocurrir que ya no se piense tanto en cómo transmitir conocimiento a los estudiantes, sino más bien en cómo responsabilizarlos de la creación del conocimiento.

A partir de su caracterización como una comunidad de práctica, la MCC-IPN-ESIME puede facilitar a los miembros recién llegados el acercamiento a su filosofía y propuestas didácticas, ya no solo en términos de los referentes teóricos –que antes de visualizarse como una comunidad era el aspecto que sobresalía–, sino en términos de su práctica e identidad. Es un hecho que los profesores recién llegados adoptarán una participación legítima periférica y contarán con un mejor acompañamiento en este proceso, hasta llegar a participar de manera plena.

A nuestro entender, la caracterización del grupo MCC-IPN-ESIME como una comunidad de práctica resalta sus cualidades y le ofrece un marco de referencia para desarrollar una comprensión más profunda de cómo usar la matemática en la enseñanza de la ingeniería, así como para acercar a nuevos integrantes y comprender mejor los procesos de profesionalización de sus estudiantes.

Referencias

Bogdan, R., y Taylor, S. (1994). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación: la búsqueda de significados.* México, D. F.: Paidós.

Camarena, G. P. (2007). *La matemática formal en la modelación matemática*. Reporte de investigación. ESIME-IPN. México, D. F.

Camarena, G. P. (2005). *La matemática en el contexto de las ciencias*: *las competencias profesionales*. Reporte de investigación. México, D. F.: ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2003). *La matemática en el contexto de las ciencias: la resolución de problemas*. Reporte de investigación. México, D. F.: ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2001). *Las funciones generalizadas en ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, D. F.: Editorial ANUIES.

Camarena, G. P. (1995). La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana.

Camarena, G. P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México, D. F.

Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México, D. F.

Da Silva, H. (2010). Uma Caracterização do Centro de Educação Matemática – CEM (1984-1997) como uma comunidade de prática de formação continuada de professores de matemática. *Bolema*, *23*(35), 185-218. Recuperado de: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/ article/view/3738/3148

Graven, M. (2004). Investigating mathematics teacher learning within an in-service community of practice: The centrality of confidence. *Educational Studies in Mathematics*, *57*(2) 177-211.

Lave, J., y Wenger, E. (2007). *Aprendizaje situado: participación periférica legítima*. México, D. F.: FES Iztacala, UNAM.

Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática: prácticas sociales y tecnología. *Revista Evaluación e Investigación*, *3*(1), 7-30.

Montecinos, C. (2003). Desarrollo profesional docente y aprendizaje colectivo. *Psicoperspectivas*, *2*, 105-128.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos* (2ª ed.). Madrid, Es.: Morata.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *26*(2-3), 275-298.

Wenger, E. (2010). A social theory of learning. En K. Illeris (Ed.), *Contemporary theories of learning; Learning theorists…in their own words* (pp. 209-218). Nueva York, NY: Routledge.

Wenger, E. (2006). *Communities of practice: A brief introduction*. Recuperado de: http://www.ewenger.com/theory/

Wenger, E. (2004). KM is a doughnut: Shaping your knowledge strategy through communities of practice. *Ivey Business Journal*, January-February.

Wenger E., McDermott, R., y Snyder, W. M. (2002). *Cultivating communities of practice: A guide to managing knowledge.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, meaning and identity.* Nueva York, NY: Cambridge University Press.

[INNOVUS]

Unraveling learners' perception towards the development of language proficiency under a learner-centered approach

Christof Thomas Sulzer
Universidad de Guanajuato

Abstract
In recent years, the idea of emphasizing the foreign language as a tool to construct knowledge and not only as a mere metalinguistic entity has gained considerable importance in many parts of Europe (Dalton-Puffer, 2007); however, in most Mexican public universities more traditional perspectives regarding foreign language learning still prevail (Davies, 2009), whereas the idea of less hegemonic learning environments remains mostly an alien concept. This paper is an attempt to address an aspect of learner-centred learning at a public university in central Mexico and presents the analysis of a research that comprises disciplinary English as a foreign language (EFL) learning workshop. Its objective is to unravel the perception of two tertiary EFL students towards this relatively uncharted approach in Mexico. The students were encouraged to use the target language as both an instrument to improve their language proficiency as well as to socially construct knowledge in disciplinary content.

Keywords
Language learning, educational change, teaching English, qualitative research, learning theories, Vygotsky, L. S.

Aclarar la percepción del educando: hacia el aprendizaje del inglés como lengua extranjera mediante una propuesta enfocada en el estudiante

Resumen
Últimamente, la idea de subrayar la importancia del aprendizaje de una lengua extranjera como herramienta para construir conocimientos, y no sólo como mera entidad metalingüística, ha cobrado importancia en grandes partes de Europa (Dalton-Puffer, 2007). No obstante, en la mayoría de las universidades públicas mexicanas aún prevalecen las perspectivas más tradicionales en cuanto al aprendizaje de lenguas extranjeras (Davies, 2009). Por tanto, la idea de un entorno de aprendizaje menos hegemónico sigue siendo, generalmente, un concepto ajeno.

Este artículo aborda el tema del aprendizaje enfocado en el estudiante en una universidad pública mexicana y presenta el análisis de una investigación piloto, que consta de un taller para aprender inglés como lengua extranjera. Con la finalidad de aclarar o desenredar la percepción que dos estudiantes tenían del aprendizaje del inglés, el taller se focalizó en el uso de la lengua de estudio, tanto

Palabras clave
Aprendizaje de idiomas, cambio educacional, enseñanza del inglés, investigación cualitativa, teorías del aprendizaje, Vygotsky, L. S.

Recibido: 21/06/2013
Aceptado: 6/09/2013

para mejorar el dominio del mismo como para construir conocimiento socialmente en cuanto al contenido disciplinario.

Introduction

Finding a way to explain the manifold dimensions that account for second language acquisition (SLA) and eventually encountering the ultimate approach towards teaching and learning a foreign language has been subject of interest to a broad and fast-growing community of SLA researchers worldwide (Mitchell & Myles, 1998). Every so often, this venture has resembled a never-ending quest that does not seem to allow any concluding result (Kelly, 1969), mainly because learning a foreign language is an interdisciplinary process that is not compatible with any type of general learning theory (Norton, 2000). Along similar lines, Block (1996; cited in Firth & Wagner, 1997, 758) argues that there is a difference between 'normal science' and SLA, the latter consisting of multiple theories that comprise both accepted and rivalling findings from different disciplines within the boundaries of SLA research. Language learners are individuals, and putting them together in a classroom does not make them a homogeneous group. Their learning context inevitably changes from country to country, from school to school, and most importantly, from person to person. Thus, imposing over generalised teaching approaches, as promoted in popular textbooks, appear to be foredoomed to failure (Block, 1991) and can lead to dissatisfaction and frustration among learners and teachers. Despite all efforts researchers have made over the past decades in order to come up with new methodologies that could enable learners to master a foreign language, many would be in agreement with Prabhu (1990) who maintains that the single best method simply does not exist and that no one method is best for a particular context (p. 162). It therefore seems almost natural to first have a look at the learners themselves, to scrutinise their sociocultural context as well as their educational background, and then to design a learning environment that is more likely to fulfil the learners' learning needs. Bell (2007) even suggests that teachers should "build their own methods or decide what principles they would use in their teaching" (p. 143) instead of following externally designed, commercial teaching trends or using international textbooks with pre-packaged lessons. Otherwise, as Davis (2009) argues, language classrooms, especially in Mexico, become unfavourable environments that give rise to disenchantment and distaste for English as a Foreign Language (EFL) learning.

Drawing on these premises, the research described in this article comprises a one-year, disciplinary language-learning workshop that focussed on the learners' language proficiency at a discourse level. It was built around the learners' academic fields of expertise and interest, facilitating an environment that emphasised the learners as socially interactive and knowledgeable beings. The target language became an instrument for both improving foreign language proficiency through inherently stimulating content as well as for sharing and constructing disciplinary knowledge.

The main research subject of interest is the learners' perception towards the process of EFL learning in an academically challenging environment, and its main purpose is to unravel, analyse, and understand better the learners' situation as such a challenging shift in language-learning philosophy usually has a considerable impact on the learner and can lead to a clash of old and new learning patterns. Consequently, acceptance, adaptation, or even rejection are phenomena that can occur in such a process of change (Shamim 1996). EFL learning and teaching in Mexico has undergone many changes in a relatively short period of time; none of these changes, however, have yielded satisfying results that prepare Mexican tertiary students sufficiently for tackling academic tasks in English (Davis 2009). In response to the situation described by Davis, the present research is also concerned with the challenge EFL learners face in a new learning environment and thus gears towards giving them a voice to express their perspective.

As promising as the consideration of the learner as a knowledgeable individual might sound, such an approach also entails major challenges and implications. In Mexico, and especially at the University of Guanajuato, EFL learners are used to experiencing hegemonic, transmissional instruction from their teacher, and experiencing such a new modality they may feel like they are not learning, as this shift of power within the immediate learning environment inevitably challenges their previous EFL learning experiences. This could have a hefty impact on their attitude since the lack of the doctrinaire classroom hierarchy can cause problems in the assumption of more responsibility than they are used to. Hence, this research also wants to shed light upon critical aspects that this new learning concept manifests.

This article belongs to an on-going research study at the Department of Education, which forms part of the Social Science and Humanities Division at the University of Guanajuato in central Mexico. It offers its students an alternative option towards EFL learning, and thus, its outcome will help us adjust and amend the learning context and give us a more precise panorama over the learners' perspective towards this new direction in EFL.

Theoretical framework

The ways of approaching SLA are numerous. Throughout the history of second language learning and teaching, both of these areas have undergone remarkable changes according to the desired type of language proficiency the learners, institutions, or entire nations have required (Kelly, 1969). The ultimate goal of language learning research seems thus not to be finding a universally applicable approach, but rather trying to fulfil the various needs that emerge in a specific context. On logical grounds, the ways of explaining the theory behind SLA have thus alternated synchronically.

In this search for understanding the process of learning a second language and finding appropriate ways to teach it, the Chomskyan metaphor regarding the learner's mind as a computer (1956) has had a considerable influence on the way we have comprehended and interpreted the process of language acquisition and on the notion of second language learnability in particular. Nonetheless, assuming that learning a foreign language happens merely because of the input to which we are exposed implicitly reduces the issue of second language acquisition to a strictly cognitive, or worse, computerised process that occurs exclusively in the learners' mind and that largely neglects their sociocultural context. Lantolf (2000) claims that second language learners need to be regarded as more than processing devices with an innate language module that converts linguistic input into output, whose stance considers the foreign language learners as individuals with a capacity to define and amend the conditions for their learning. Furthermore, McKay and Wong (1996) maintain that each individual learner holds needs and desires with regard to the foreign language learning process and that these needs and desires are:

> not simply distractions from the proper task of language learning or accidental deviations from a pure or ideal language learning situation, rather they must be regarded as constituting the very fabric of students' lives and as determining their investment in learning the target language. (p. 603)

While the impetus for a socio-psychological component to second language acquisition primarily came from the work of Vygotsky (1978), further scholars (Davydov, 1999; Wertsch, 1998) seized on the idea, propounding the notion that social interaction plays a major role in the language learning process, with learners constructing new language through socially mediated interaction. Other researchers like Firth and Wagner (1997) also validate the notion that the second language learner is an interactive social being and not just an isolated element in the classroom. Lantolf & Pavlenko's (2001) view rests on the assumption that the learner's mind is "formed and functions as a consequence of human interaction with the culturally constructed environment" (p. 144). This theory of mind, also known as activity theory (Leont'ev 1978; Engeström 1987), argues that "the social environment is not the context in which mind is formed, but the very source out of which specifically human kinds of mind develop" (Lantolf & Pavlenko 2001: 144). The individual learners consequently construct and mentally shape their own proficiency goals, and they constantly renegotiate them with their social surroundings. This renegotiation leads to a dialectic endeavour between the community and the learner's language learner identity (Lantolf & Pavlenko, 2001, 149), which requires a language learning pedagogy that "not only recognizes but builds upon the uniqueness of the concrete individuals that come together to form the community of practice known as the language classroom" (Lantolf & Pavlenko, 2001, 157). This uniqueness goes beyond the sole acknowledgement of learner variables; it demands educational settings to offer the learners an environment that will allow them not only to unfold their individuality but also to live and share it with the rest of the learning community. By drawing upon the learners' prior knowledge and cultural capital, disciplinary tasks and language tasks coalesce and take each learner to a different sphere of intellectual engagement with the target language. Unlike classroom settings with only one pedagogical denominator and the dominance of vertical transmission of knowledge, learning environments that draw on the activity theory are more likely to socially engage the learners in their process of learning a second language and will lead to individually relevant and personalised rather than to uniform and standardised learning outcomes (Sfard 1998). Consequently, language aptitude, as Leont'ev (1981) trenchantly remarks, does no longer have to be seen as an inherent gift or prerequisite for successful language learning, but rather as an emerging ability that occurs in the course of a learning period.

The question of whether social interaction accounts for SLA has also caused much debate in recent research. Pica (1996) acknowledges that the sociocultural theory may not fully account for full linguistic competence. Also Gass, Lee & Roots (2007) contend that "one cannot explain acquisition in its entirety through purely social factors, nor can one explain acquisition in its entirety through purely mentalistic or cognitive factors" (p. 790). It seems, however, that there is mounting evidence that foreign language learning always takes on social meaning for the learners. Considering the language learner not only as a mere decontextualized information-processing mechanism but as a radically social being offers potential for new educational courses to be struck, and the fields of second language acquisition are a fertile ground for this to happen.

The Workshop

There is ample evidence corroborating the notion that the traditional, teacher-centred foreign language learning classroom structure entails many dents (Lee & Van Patten, 1995), and Mexican public universities are particularly affected (Davies, 2009). On these grounds, the Department of Education at the University of Guanajuato has designed a disciplinary language-learning workshop for its students coined by the activity theory discussed earlier. The cardinal goal of this pilot workshop was to promote true engagement within a non-authoritarian hierarchy, and the idea of learners shaping their EFL proficiency, which is inherent to Vygotsky's sociocultural learning theory, has been key to this workshop.

Guilford (1967) distinguished convergent from divergent ways of thinking, the former allowing only one correct answer and the latter granting several, creative ways of responding to a problem. Another pillar of the workshop was then the emphatic encouragement to divergent thinking in order to explore the possibilities of not only learning but also working with the target language in a disciplinary context. It gave priority to a setting that allowed more than one path to achieve a goal. The creative design of ideas was prompted by the motivation of a more pertinent road towards EFL learning, and since the participants' areas of academic knowledge defined the content of the workshop, they have been encouraged and enabled to shape its structure. As Davies (2009) maintains, tertiary language learners require an academically challenging and worthwhile preparation in order to succeed in their professional and academic future. Thus, moving away from the idea of the learner as an ignorant and therefore often neglected element in the classroom who needs to be taught in order to become proficient may help them appreciate a new liberty that allows them to set academic priorities and to consider language learning as something more than a tedious and useless requisite.

This ideological shift in methodology naturally harbours the danger of provoking a clash with the learners' previous language-learning experiences. This may lead to long-term consequences that in turn would need to be problematized. This workshop is thus not a concluded project, but an alternative proposal that is both subject to change and up for debate.

Methodology and research participants

According to Holliday (2007), research that looks at a specific context drawing social boundaries is qualitative in its nature. The main tool in qualitative research appears to be the researcher him or herself because that person "with all of her or his skills, experience, background, and knowledge as well as biases [becomes] the primary, if not exclusive source of data collection and analysis" (Maykut & Morehouse 1994, 26). As mentioned previously, the prime study aim is to unravel the complexity of the learners' perception towards an approach that celebrates a view centred on learning instead of teaching. Thus, in order to gain new understandings about the challenges and the impact changing learning conditions have upon learners, two participants—Diego[1], who has a beginner level English proficiency and Laura[2], who possesses intermediate English proficiency—have accepted to be part of this study. Both are undergraduates in the BA in Education at the Department of Education, and both have experienced previous English learning conditions in different institutions and under different teaching and learning approaches. Together with fourteen other learners, they participated in a language-learning workshop that endorsed the learners as a knowledgeable individual and that put a syllabus to use that was subject to negotiation for all participants.

For this study, data has been collected for a period of one year, which has yielded enough information to draw an illustrative description of what occurred in that period. The two participants were kind enough to express their perception of a learner-centred language course by writing a reflective journal containing their perspective as well as a logbook containing a record of their progress regarding their performance inside and outside the classroom. Finally, after one year, both participants were interviewed in order to express any additional or concluding remarks regarding the workshop. While it is common that most research questions can be answered in different ways, I also support Maykut & Morehouse's (1994) notion according to which "the question one poses for study suggests the kind of data that are necessary or potentially useful in trying to answer the question" (p. 113). Nonetheless, no attempt is made to over generalise, and, as stated in Mertens (1998, 183), it is ultimately left to the reader to determine the degree of similarity between the study site and the receiving context.

In the journals, Laura and Diego reflected upon different aspects of their learning experience, for instance, whether the learning sessions were useful, effective, different, or meaningful. If they encountered problems, they tried to analyse them and to find ways to resolve them; if they engaged with a topic, they were encouraged to strengthen and build on it. The logbook turned out to be an accurate reference to compare the progress described in the journal with the actual performance in the workshop, and lastly, the interviews facilitated not only an oral supplement of data that emerged from the previous two research tools, but also provided clarifying information that has helped to understand better the phenomenon described.

1 The name of this participant has been changed to protect his identity.
2 The name of this participant has been changed to protect his identity.

Findings and discussion

One year of data collection has brought forth a wide and dispersed range of information about the learners' perception of the workshop. In this section, the most prevalent topics will be presented and discussed in order to unravel and understand the complexity this new learning methodology has borne for the two participants. Both Laura and Diego were facing an approach that challenged their previous, teacher-centred learning experiences. Hence, their reaction regarding the idea behind the workshop and the corresponding, new working method were expectedly strong:

> The changes in the methodology of the English subject are confused for me [*sic*]. (Diego, January 2012)

Changes in language learning methodologies have been found to have a significant impact on the language learner. Kuntz (1996) asserts that preconceived beliefs, coined by previous learning methodologies, may directly influence a learners' attitude and can even determine their success or failure in learning a foreign language under a new approach. While supportive beliefs towards EFL help to tackle language problems and therefore build and sustain motivation, biased or negative beliefs affect motivation and can cause frustration (Kern, 1995; Oh, 1996). Accordingly, successful learners are able to gain actual insights into their language learning processes, their own abilities, and the use of effective learning strategies, which have a facilitative effect upon learning. On the other hand, learners who do not achieve such insights are more prone to a sceptical attitude (Victori & Lockhart, 1995), and to classroom anxiety (Horwitz, Horwitz & Cope, 1986). Muñoz de Cote (2008) claims that this phenomenon can be observed in students graduated from the Mexican public school systems, who tend to believe that EFL proficiency first and foremost consists of possessing structural knowledge about the language (p. 112). Unfortunately, this distorts the perception of their abilities and understandably has an impact on their overall attitude towards EFL learning when entering tertiary level. Horwitz (1987) reckons that unsuccessful learning experiences may likely lead learners to the conclusion that special abilities are required to learn a foreign language and that they do not possess such abilities. This explains Diego's initial intense attitude, which can inhibit the learners' understanding of the ideas and activities presented in their new context, particularly when the approach is not congruous with the learners' previous experience (Cotterall 1995: 203).

The workshop tried to encourage the participants to overcome previous, negatively connoted experiences by offering them a new surrounding that allowed them to interactively develop their individual proficiency according to their disciplinary expertise and initiative. By connecting language learning with sociocultural forces, the learning outcome will inevitably yield individual, personalised results even though the learning conditions are similar. Mantle-Bromley (1995) adds that by also taking into account the learners' affective and cognitive components when designing a learning environment, both the length of time learners commit to language study and their chances of succeeding in it can be increased. Stevick (1980) is of the opinion that success depends less on the material and teaching methodology within that environment and more on what goes on inside the learners. Hence, through facilitating an environment that draws on the individuality of the learner, the workshop allowed both participants to interact and co-construct knowledge. This required adaptation from the participants, as the standardized Mexican educational system does usually not emphasize this sociocultural notion (Davies, 2009). As a matter of fact, the process of adaptation could be noticed after one semester:

> I'm starting to like this semester. Doing projects for me is very interesting maybe is hard to begin writing about a topic [*sic*]. But I think the as students we have the opportunity to choose any topic of concern, so that way the work done during the project becomes interesting [*sic*]. (Laura, March 2012)

The excerpt above suggests that Laura's priorities in EFL leaning have been reset. Although still not easy, the language appears to develop into something interesting due to the fact that EFL learning has become more personalised. No longer are there predesigned language activities to complete but rather individual academic tasks to attend. This allows the focus to move away from the teacher towards the learners, who can now share their findings with others. The following two quotes confirm this new circumstance:

> I feel that the topic chose by the team is going to be very interesting to all most everyone in the group [*sic*]. (Laura, October 2011)

> I would try to do my best, and transmit what I learned to my classmates [*sic*]. (Laura, April 2012)

Interweaving the learners' disciplinary knowledge and cultural capital with the target language embarked a new way of dealing with the learning process that embraced them as knowledgeable university students, who already possess cultural and linguistic resources and who are now challenged to work with the target language at a discourse level. In 1939, Dewey stated that "the beginning of all instruction shall be made with the experience learners already have [and that] this experience and the capacities that have been developed during its course provide the starting point for all further learning" (p. 27). Cummins (1996) also emphasises the importance of integrating EFL learners' cultural and background knowledge into their learning context that acknowledges their individual identities:

> When students' language, culture and experience are ignored or excluded in classroom interactions, students are immediately starting from a disadvantage. Everything they have learned about life and the world up to this point is dismissed as irrelevant to school learning; there are few points of connection to curriculum materials or instruction and so the students are expected to learn in an experiential vacuum. Students' silence and non-participation under these conditions have frequently been interpreted as lack of academic ability or effort, and teachers' interactions with students have reflected a pattern of low expectations which have become self-fulfilling. (p. 2-3)

As any language learner, Laura and Diego have made a significant, lifelong investment in acquiring prior knowledge and communicative experience inside and outside their fields of expertise, which can now be used in the language learning process. Batstone (2002) puts forward the view that "the belief that we use what we already know to throw light on what we do not yet know is, of course, well established" (p. 221). Cromley (2000) even argues that it is virtually impossible to learn without associating new information with previous knowledge. The workshop then put emphasis on taking into account this prior knowledge, giving the participants an opportunity not only to connect new information found in the target language with information they already possess, but also to work with the language at a discourse level that transcends the mere act of memorizing disconnected linguistic knowledge.

Based on Engeström's (1987) major study regarding expansive learning, the participants transformed their previous knowledge into an enormous resource, which could be expanded into new, collaborative learning opportunities. Interacting with each other led the learners to discover the contrast between what they are learning from others with what they already know. By contrasting new knowledge with their prior knowledge and practice, they were able to go beyond the boundaries of a traditional language classroom context and to deepen and expand as well as to transfer their learning into their own societal context.

The perception towards taking the learner as a starting point to begin the workshop was expressed as follows:

> I feel happy because I had time to think what would be the most suitable theme for my interest. (Diego, April 2012)

After each semester, Laura and Diego were asked about the most remarkable aspect in the workshop, to which Laura mentioned the ability of becoming able to strengthen her skills to be creative within the language-learning environment. Furthermore, the sovereignty over the content of the academic tasks within the workshop has been accentuated:

> I believe that all the energy that was put into the projects was because personally I had the opportunity to choose any topic of my interest [*sic*], so that was what I really liked the most. (Laura, November 2011)

> The way that it was worked this course was something new. But I can say that I really liked working under an interdisciplinary workshop model. As a student, I had the opportunity to develop autonomy, initiative by working individually, interes, as a reflective thinking of my career and future life [*sic*]. (Laura, May 2012)

Johnson, Johnson, & Smith (1998) argue that collaborative learning that allows the discussion of complex ideas can result in both academic success as well as have an effect on attitude towards language proficiency. However, it is of great importance to acknowledge that the workshop does not have the power either to instantly overcome the learners' previous learning experience or to ensure their full satisfaction regarding the learning philosophy and the desired language proficiency. To the interview question about what he missed in the workshop, Diego answered the following:

> Grammar first and foremost. Basic and intermediate grammar. (Translation by the author. Diego, May 2012)

A study by Yorio (1986) claims that language learners often show obvious reluctance to abandon traditional teaching approaches (p. 672). Diego's previous EFL learning experiences seem to have shaped his perception, and it becomes evident that a one-year workshop does not radically change it. His statement rather shows that perceptions towards a new learning approach entail a complex and interconnected web of old and new beliefs. Both participants have been exposed to a clash of two inherently different language-learning philosophies—the one promoted in the workshop and the one experienced before entering the same—and it requires time and endurance to figure out the benefit and drawback of each approach. Ultimately, it must always be the learner who determines the ideal language learning circumstances and not an external agency. Smith (1990) describes this dilemma as "problems of knowing—of being told one thing, but in fact knowing otherwise on the basis of personal experience" (p. 632).

Conclusion

The question of what constitutes successful EFL learning has always engendered much interest. New proposals towards language education are arising and offer interesting and important opportunities for research. The main characters and potential profiteers of such studies are always the learners, and it is thus vital to explore their perception towards such a significant change in learning methodology.

The stance of EFL learning under an approach that emphasises learning rather than teaching is relatively new in Mexico; however, we have considered it worthwhile to explore its effectiveness in order to remedy the precarious situation in Mexican public universities described by Davis (2009).

By considering the language learning process as a social construct that entails both cognitive and interactional features, this paper has attempted to illuminate the complex nature of learners' perceptions towards a new proposal of EFL learning at the Department of Education at the University of Guanajuato, including the social, cultural, and contextual factors that shape them. As Wenden (1986) points out, when attempting to discover what characterizes successful language learning, we need to find out what learners think about their learning situation and provide them with an environment that allows them to examine these beliefs.

Data from a period of over a year has yielded the insight that a shift in language methodology represents a struggle for the learners, who inevitably see their previous learning experiences challenged. Moving away from the transmissional model of language teaching and adapting to a more responsible position within the learning environment has encouraged them to overcome previous, negatively connoted experiences, to accept a new surrounding that allows them to interactively discover new sources of motivation triggered by connecting language learning with sociocultural forces, and to discover new learning possibilities through setting personal language priorities.

As the participants will continue reshaping and negotiating their identity as language learners, this study does not allow any conclusive consensus about success or failure regarding the stance towards language learning presented in this article, and it would be premature to over generalise its results; however, it does provide an insight into the perceptions of the learners that allow this research to continue.

References

Batstone, R. (2002). Making sense of new language: A discourse perspective. *Language Awareness 11*(1), 14-28.

Bell, D. (2007). Do teachers think that methods are dead? *ELT Journal 61*, 135-143.

Block, D. (1991). Some thoughts on DIY materials design. *English Language Teaching Journal 45*(3), 211-217.

Block, D. (1996). Not so fast: Some thoughts on theory culling, relativism, accepted findings and the heart and soul of SLA. *Applied Linguistics 17*, 63-83.

Chomsky, N. (1956). Three models for the description of language. *IRE Transactions on Information Theory 2*, 113-124.

Cotterall, L. S. (1995). Readiness for autonomy: Investigating learner beliefs. *System 23*(2), 195-205.

Cromley, J. (2000). *Learning to Think, Learning to Learn: What the Science of Thinking and Learning has to Offer Adult Education*. Washington, D. C.: National Institute for Literacy.

Cummins, J. (1996). *Negotiating Identities: Education for Empowerment in a Diverse Society.* Ontario, California: California Association for Bilingual Education.

Dalton-Puffer, C. (2007). Outcomes and processes in Content and Language Integrated Learning (CLIL): Current research from Europe. In W. Delanoy & L. Volkmann, (Eds.), *Future Perspectives for English Language Teaching* (pp. 139-157). Heidelberg, Germ.: Carl Winter.

Davydov, V. (1999). The content and unsolved problems of activity theory. In Y. Engeström, R. Miettinen & R. L. Punamaki (Eds.), *Perspectives on activity theory* (pp. 39-52). New York, NY: Cambridge University Press.

Davies, P. (2009). Strategic Management of ELT in Public Educational Systems: Trying to Reduce Failure, Increase Success. *TESL-EJ 12*(3), 1-22.

Dewey, J. (1939). Experience and education. In S. B. Merriam (Ed.), *Selected Writings on Philosophy and Adult Education*. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company.

Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit.

Firth, A., & Wagner, J. (1997). On discourse, communication, and (some) fundamental concepts in SLA research. *Modern Language Journal 81*(3), 285-300.

Gass, S., Lee, J., & Roots, R. (2007). Firth and Wagner (1997): New ideas or a new articulation? *The Modern Language Journal 91*, 788-799.

Guilford, J. P. (1967).*The nature of human intelligence*. New York, NY: McGraw-Hill.

Holliday, A. (2007). *Doing and Writing Qualitative Research*. London, Engl.: Sage.

Horwitz, E. K. (1987). Surveying student beliefs about language teaming. In A. L. Wenden & J. Robin (Eds.), *Learner strategies in language learning* (pp. 119-132). London, Engl.: Prentice Hall.

Horwitz, E. K., Horwitz, M. B., & Cope, J. (1986). Foreign language classroom anxiety. *Modern Language Journal, 70*(2), 125-132.

Johnson, D. W., Johnson, R., & Smith, K. A. (1998). *Active Learning: Cooperation in the College Classroom.* (2nd ed.). Edina, Minnesota: Interaction Book Company.

Kelly, L. G., (1969). *25 centuries of language teaching. 500 B.C.-1969*. Rowley, Massachusetts: Newbury House.

Kern, R. G. (1995). Students' and teachers' beliefs about language learning. *Foreign Language Annals 28*, 71-92.

Kuntz, P. S. (1996). Beliefs about language learning: The Horwitz model. (ERIC Document Reproduction Service, No. ED397649).

Lantolf, J. P. (2000). Introducing sociocultural theory. In J. P. Lantolf (Ed.), *Sociocultural theory and second language learning* (pp. 1-26). Oxford, Engl.: Oxford University Press.

Lantolf, J. P., & Pavlenko, A. (2001). (S)econd (l)anguage (a)ctivity theory: Understanding language learners as people. In M. P. Breen (Ed.), *Learner contributions to language learning: New directions in research*. (pp. 141-158). New York, NY: Longman.

Lee, J.F., & Van Patten, B. (1995). *Making communicative language teaching happen*. New York, NY: McGraw-Hill.

Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Leont'ev, A. N. (1981). *Problems of the development of the mind*. Moscow: Progress Publishers.

Mantle-Bromley, C. (1995). Positive attitudes and realistic beliefs: Links to proficiency. *Modern Language Journal 79*, 372-386.

Maykut, P., & Morehouse, R. (1994). *Beginning Qualitative Research: A Philosophic and Practical Guide*. London, Engl.: The Falmer Press.

McKay, S. L., & Wong, S.-L. C. (1996). Multiple discourses, multiple identities: Investment and agency in second-language learning among Chinese adolescent immigrant students. *Harvard Educational Review 66*(3), 577-608.

Mertens, D. M., (1998). *Research Methods in Education and Psychology. Integrating Diversity with Quantitative and Qualitative Approaches*. London, Engl.: Sage.

Mitchell, R., & Myers, F. (1998). *Second language theories*. New York, NY: Oxford University Press.

Muñoz de Cote, L. M. (2008). *Monologues and Dialogues in the Language Classroom: A Study of Students' Experience in Trying to Learn English as a Compulsory Component at a Mexican University*. Unpublished PhD thesis. Canterbury: University of Kent.

Norton, B. (2000). *Identity and language learning: Gender, ethnicity and educational change*. Harlow, Engl.: Longman/Pearson Education Limited.

Oh, M. T. (1996). Beliefs about language learning and foreign language anxiety: A study of American university students learning Japanese. *Dissertation Abstracts International 57*(9), 3858A.

Pica, T. (1996). Second Language Learning Through Interaction: Multiple perspectives. *Working Papers in Educational Linguistics 12*(1), 1-22.

Prabhu, N. S. (1990). There is no best method – why? *TESOL Quarterly 24*(2), 161-176.

Shamim, F. (1996). Learner resistance to innovation in classroom methodology. In H. Coleman (Ed.), *Society and the language classroom* (pp. 105-121), Cambridge, Engl.: Cambridge University Press.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher 27*(2), 4-13.

Smith, G. (1990). Political activist as ethnographer. *Social Problems 37*(4), 629-648.

Stevick, E. W. (1980). *Teaching languages: A way and ways*. Rowley, Massachusetts: Newbury House.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Victori, M., & Lockhart, W. (1995). Enhancing metacognition in self-directed language learning. *System 23*(2), 223-234.

Wenden, A. (1986). Helping language learners think about learning. *English Language Journal 40*(1), 3-12.

Wertsch, J. (1998). *Mind as action*. New York, NY: Oxford University Press.

Yorio, C. A. (1986). Consumerism in second language learning and teaching. *Canadian Modern Language Review 42*(3), 668-687.

Emociones de logro en contextos de evaluación: un estudio exploratorio con alumnos universitarios

Paola Verónica Paoloni
Arabela Beatriz Vaja
Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina

Resumen
En este trabajo nos propusimos abordar las emociones que experimentan los estudiantes universitarios en una situación genuina de examen, en el contexto de las clases a las que habitualmente asisten. El estudio adopta una perspectiva socio-cognitiva y situada de los aprendizajes. Trabajamos con una muestra incidental (N=36) compuesta por todos los alumnos que durante el 2011 cursaron Psicología Educacional en la Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina). Los datos fueron recabados mediante obser vaciones no participantes, análisis del protocolo de evaluación, el *Achievement Emotions Questionnaire* y entrevistas grupales semiestructuradas. El análisis integró enfoques cualitativos y cuantitativos. Los resultados muestran características de un contexto de evaluación en toda su complejidad y las emociones experimentadas por los estudiantes en diversos momentos. Las conclusiones se agrupan en tres ejes: a) rasgos de contextos de evaluación promotores de emociones positivas, b) importancia de apelar a métodos mixtos en el estudio de las emociones, c) consideraciones para investigaciones futuras.

Palabras clave
Aprendizaje, autorregulación, contexto de evaluación, emociones de logro, estudiantes universitarios, psicología educacional.

Emotions of achievement in the context of assessment. An exploratory study with university students

Abstract
In this paper we aim to address the emotions that university students experience in a real testing situation, in the context of the classes they regularly attend. The study adopts a socio-cognitive and situated perspective of learning. We worked with a random sample (N=36) comprised of all the students who studied Educational Psychology in 2011 in the National University of Río Cuarto (Argentina). The data was collected through non-participant observation, analysis of evaluation protocol, the *Achievement Emotions Questionnaire*, and semi-structured group interviews. The analysis integrated qualitative and quantitative focuses. The results revealed characteristics of a context of evaluation in all its complexity and the emotions experienced by the students in various moments. The conclusions are grouped into three categories: a) features of evaluation contexts that promote positive emotions, b) importance of appealing to mixed

Keywords
Learning, self-regulation, context of assessment, achievement emotions, university students, educational psychology.

Recibido: 12/08/2013
Aceptado 27/08/2013

methods in the study of emotions, and c) considerations for future research.

Introducción

El tema a tratar en este artículo tiene que ver con aspectos emocionales vinculados a los aprendizajes académicos. El aprendizaje es interpretado en este estudio desde una perspectiva socio-cognitiva. Desde este enfoque se considera que para entender de una manera más completa los procesos de aprendizaje desplegados por los estudiantes es preciso atender las interacciones que se establecen entre aspectos personales –cognitivos, motivacionales y emocionales– y rasgos característicos del contexto de aprendizaje (Pintrich, 2000).

Según Schutz y Pekrun (2007), las emociones tienen el potencial de influenciar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en contextos académicos, tanto positiva como negativamente. Sin embargo, su investigación en contextos educacionales ha emergido lentamente. A excepción de la ansiedad generada ante situaciones de examen, es muy poco lo que se sabe sobre el resto de las emociones que experimentan los estudiantes, tanto placenteras como no placenteras (Pekrun, 2005).

Al respecto, Zeidner, Boekaerts y Pintrich (2000) postulaban, a inicios de esta década, la necesidad de lograr avances que nos orienten respecto de cómo tratar las emociones y los afectos en ambientes instructivos, lo que deja en claro que la investigación sobre las emociones y la regulación emocional –entendidas en el marco más general del aprendizaje autorregulado– se constituye en una necesidad actual dentro del campo de estudio de la Psicología Educacional.

En este trabajo focalizamos nuestra atención en las emociones que experimenta un grupo de estudiantes universitarios cuando se enfrenta a una situación de examen. Así, nos proponemos brindar aportes que contribuyan a ampliar nuestra mirada acerca de las relaciones que se establecen entre procesos de evaluación y aspectos emocionales de los estudiantes actuando en contextos genuinos de aprendizaje. Suponemos que si enriquecemos nuestra perspectiva sobre lo que entendemos por contexto de evaluación y por emociones académicas, ampliaremos el repertorio de herramientas teóricas y metodológicas con que contamos para el estudio de estas variables y de las interrelaciones que establecen.

La finalidad enunciada se traduce en los siguientes objetivos específicos: a) caracterizar un contexto de evaluación de una asignatura particular del nivel superior; b) describir el perfil emocional de los estudiantes que participaron en dicho contexto; c) conocer las percepciones de los estudiantes acerca de las emociones que experimentaron en relación al examen considerado.

Referentes teóricos

El estudio que llevamos a cabo se fundamentó, principalmente, en dos líneas de investigación, a saber: estudios sobre emociones de logro –enmarcados en la perspectiva general acerca del aprendizaje autorregulado– y estudios sobre contextos de aprendizaje.

Estudios sobre emociones de logro, considerados en el marco de una perspectiva más general acerca del aprendizaje autorregulado

Actualmente, los estudios acerca del aprendizaje autorregulado –cómo se define, qué estrategias y procesos implica y cómo puede enseñarse– se han convertido en una cuestión fundamental dentro del campo de la Psicología Educacional, marcando una de las principales direcciones hacia donde están avanzando las investigaciones realizadas dentro de esta disciplina (Torrano y González Torres, 2004).

De esta manera, desde múltiples y diversas perspectivas y en diferentes países se llevaron a cabo investigaciones sobre aprendizaje autorregulado que proporcionaron importantes contribuciones al aprendizaje académico.

Al respecto, Pintrich (2000) y Zimmerman (2002) identificaron algunas suposiciones compartidas por la mayoría de los modelos sobre aprendizaje autorregulado; a saber: a) los estudiantes como participantes activos y constructivos de sus procesos de aprendizaje; b) la potencialidad de los estudiantes para monitorear, controlar y regular aspectos de su propia cognición, motivación, comportamiento y ambiente; c) la existencia de una meta o criterio que permite a los alumnos comparar sus desempeños y valorar la introducción de cambios en sus acciones; d) las actividades autorregulatorias como mediadoras entre características contextuales, rasgos personales y el rendimiento obtenido; e) la necesidad de una motivación adecuada para comprometerse en actividades autorregulatorias, demandantes de mayor tiempo de preparación, vigilancia y esfuerzo.

Desde las actuales corrientes culturalistas y socio-constructivistas acerca del aprendizaje, la autorregulación es concebida como un proceso situado, dinámico y complejo en el que intervienen aspectos cognitivos, motivacionales, emocionales y contextuales, en permanente interacción o interdependencia (Butler y Cartier, 2005; Patrick y Middleton, 2002).

En la última década, las emociones –como variable que interviene en los procesos de autorregulación de los aprendizajes– están cobrando cada vez mayor protagonismo. En este sentido, autores como Torrano y González Torres (2004) señalan que una de las características que distinguen a los alumnos que autorregulan sus aprendizajes es que son capaces de manejar estratégicamente tanto su motivación como sus emociones.

Para referirse a aquellas emociones vinculadas específicamente con el contexto académico, Schutz y Pekrun (2007) utilizan el término "emociones de logro", y las conciben como procesos psicológicos complejos en los que intervienen componentes afectivos, cognitivos, motivacionales y expresivos. Estos autores destacan que en los ambientes académicos abundan diversas emociones de logro, tales como el disfrute de los aprendizajes, la esperanza, el orgullo, la ansiedad, la vergüenza y el aburrimiento, y afirman, además, que dichas emociones son sumamente importantes para la motivación y el aprendizaje de los estudiantes, el desempeño académico y el desarrollo de la identidad.

En relación con el proceso de autorregulación, Pekrun, Goetz, Frenzel, Barchfeld y Perry (2011) plantean que las emociones pueden promover diferentes estilos de regulación de los aprendizajes, facilitando procesos de autorregulación o, por el contrario, alentando una regulación externa de los aprendizajes. De tal modo, según estos autores, la activación de emociones positivas –como el orgullo o la esperanza– promovería una mayor motivación para aprender, el uso de estrategias de aprendizaje más flexibles, y apoyaría la autorregulación, influyendo positivamente en el desempeño académico. Por el contrario, las emociones consideradas negativas –como la vergüenza o la ansiedad– disminuirían la motivación y reducirían los esfuerzos requeridos para procesar información, lo cual tiene un efecto negativo sobre el desempeño de los estudiantes.

Con todo, a pesar de que hoy se reconoce que las emociones tienen el potencial de influir en los procesos de enseñanza y de aprendizaje en contextos académicos, a excepción de la ansiedad, es poco lo que se sabe acerca del resto de las emociones que los estudiantes experimentan en sus ambientes académicos (Matti, Tria y Verano, 2009).

En cuanto a las situaciones académicas, el examen puede considerarse como uno de los eventos más sobresaliente emocionalmente, por lo que numerosos estudios se han ocupado de los estados emocionales de los alumnos al responder un examen, particularmente administrando pruebas estandarizadas respecto de la ansiedad, entendida como una emoción particular (Goetz, Preckel, Pekrun y Hall, 2007).

De acuerdo con lo expuesto, en este trabajo intentamos conocer cuáles son las diferentes emociones que experimenta un grupo de estudiantes universitarios en relación a un proceso de evaluación, entendido como contexto genuino de aprendizaje en el marco más general de sus procesos de formación profesional. Suponemos que si ampliamos nuestra perspectiva acerca de las emociones que experimentan los estudiantes frente a rasgos particulares de una situación de examen y de los argumentos que esgrimen para explicar su surgimiento, estaremos en mejores condiciones para diseñar ambientes de aprendizaje que promuevan experiencias emocionales positivas, como el disfrute, la esperanza o el orgullo.

Estudios acerca de contextos de aprendizaje, particularmente aquellos que aluden a situaciones de evaluación

Una revisión de antecedentes permite suponer que a lo largo de la historia de la investigación en Psicología Educacional la noción de "contexto" no fue siempre entendida de la misma manera ni considerada igualmente importante respecto a los aprendizajes de los estudiantes. De este modo, en las últimas décadas se advierte un paulatino desplazamiento de visiones que tendían hacia la dicotomía de los vínculos entre *persona* y *situación*, hacia perspectivas más integrales que atienden a la complejidad de la *persona actuando en situación*.

Entre las perspectivas actuales que focalizan las interacciones recíprocas que se dan entre persona y situación podemos mencionar dos: las aproximaciones socio-cognitivas y las corrientes socio-culturalistas. Si bien ambas perspectivas reconocen la interdependencia de los individuos y sus ambientes, las primeras continúan ubicando en el centro de sus investigaciones a las personas y sus percepciones sobre el contexto de aprendizaje. Las segundas, por su parte, ubican el contexto en el centro de sus estudios, atendiendo particularmente a las interacciones desplegadas entre persona y situación (Perry, Turner y Meyer, 2006).

De acuerdo con estas perspectivas, la noción de contexto se ha ampliado. Actualmente, va más allá de considerar aspectos físicos de las clases, para incluir el estudio de otros aspectos, tales como el contexto histórico y cultural, el contexto social en el que se inserta la escuela y el contexto instructivo en que se desarrollan los procesos de enseñanza aprendizaje, reconociéndose de esa manera que los componentes simbólicos de las clases pueden ejercer gran influencia en las personas (Cole, 1999; Gallego, Cole y TLCHC, 2002; Rinaudo, 2008). Es decir, se advierte una tendencia a interpretar el contexto desde visiones más complejas, dinámicas e integradoras, importantes en los estudios que intenten profundizar en las relaciones que se establecen entre aspectos personales y contextuales implicados en el aprendizaje (Paoloni, Rinaudo, Donolo, González Fernández y Roselli, 2010).

De este modo, se intensifica el interés de los investigadores por estudiar el aprendizaje como un proceso situado, y factores de índole intelectual, motivacional o emocional se consideran atendiendo a características y variaciones que experimentan en diferentes situaciones: aspectos como la motivación, la creatividad y la emoción dejan de entenderse como cuestiones particulares de los alumnos y pasan a ser estudiados como procesos que tienen lugar en situaciones específicas (Rinaudo, 2008).

Circunscribiendo nuestra atención a los contextos de la evaluación académica, es posible advertir también una tendencia a considerarlos desde una perspectiva más compleja e integral. En este sentido, autores como Rochera y Naranjo (2007) entienden la evaluación como un proceso e identifican diferentes segmentos que la constituyen: actividades o segmentos de preparación, actividades o segmentos de evaluación en sentido estricto, actividades o segmentos de corrección/calificación, segmentos de comunicación/devolución y segmentos de aprovechamiento. Para los fines de este trabajo focalizaremos la atención en tres de los momentos mencionados: segmento de preparación, segmento de evaluación propiamente dicha y segmento de comunicación/devolución.

En las actividades o *segmentos de preparación* se incluyen las formas de la actividad conjunta –ya sea de alumnos interactuando entre sí, o bien de alumnos interactuando con los docentes–, los contenidos de las tareas de evaluación y si existe o no explicitación de los criterios de aprobación del examen. En los *segmentos* de *evaluación propiamente dicha*, se consideran las formas de organización de la actividad, los instrumentos y materiales utilizados, así como otras dimensiones que remiten a las tareas y contenidos que son objetos de evaluación. El *segmento de comunicación/devolución* se refiere al momento posterior de la corrección, en el que se comunica al grupo los resultados del examen. Generalmente, el profesor suele indicar instrucciones para que los alumnos interpreten los resultados que obtuvieron, comunicando sus anotaciones y la puntuación otorgada a cada consigna.

Si bien existen investigaciones que han estudiado las emociones de los alumnos en relación con los contextos de evaluación (Valero, 1999; Álvarez, Aguilar y Lorenzo, 2012) entendemos que, en general, lo han hecho atendiendo sólo a la ansiedad como emoción predominante y considerando únicamente el momento de la evaluación propiamente dicho. Sin ánimo de desmerecer los hallazgos logrados, sino con la intención de complementarlos y enriquecerlos, en este trabajo pretendemos ampliar nuestra mirada respecto de las relaciones que se establecen entre emociones y contextos de evaluación, considerando un abanico mayor de emociones de logro, tales como el disfrute, la esperanza, el orgullo, el alivio, el enojo, la ansiedad, la vergüenza y la desesperanza; y atendiendo, al mismo tiempo, a una perspectiva más amplia de la evaluación entendida como proceso.

Metodología

Presupuestos epistemológicos

En este trabajo, proponemos explorar las emociones de logro que experimenta un grupo de estudiantes universitarios actuando en un contexto particular de evaluación, integrando perspectivas cuantitativas y cualitativas en la consideración de los datos.

En este marco, adherimos a los planteamientos realizados por autores como Butler (2002) y Jelin, Llovet y Ramos (1986). Butler (2002) considera que adoptar lentes cualitativas y métodos múltiples para investigar fenómenos complejos –como los procesos de aprendizaje autorregulado o las emociones de logro activadas en contextos académicos– habilita a los investigadores para desafiar las teorías existentes, capturando el modo en el cual operan estos fenómenos en contexto y contribuyendo de esta manera en la construcción de perspectivas más integradoras y ampliamente comprehensivas. En el mismo sentido, Jelin y colaboradores (1986) plantean que el conocimiento avanza no solamente subsumiendo casos en generalizaciones y teorías, sino también ayudando a quebrar y reformular generalizaciones aceptadas por las grandes teorías. Según esta autora, la investigación cualitativa de carácter microsocial es importante en ambas tareas, pero es crucial en la segunda.

Por lo expuesto, decidimos trabajar con una muestra accidental, no excesiva en número de casos, que favorezca la integración de métodos cuantitativos y cualitativos. Para el tratamiento de datos cualitativos, la teoría fundada o *grounded theory* (Glaser y Strauss, 1967) fue el procedimiento considerado. En este sentido, la teoría consultada sobre el tema nos sirvió como orientación general para aproximarnos al campo de estudio, aunque no fue nuestro objetivo corroborarla o refutarla, sino aportar elementos que permitan una comprensión más próxima a las particularidades propias de nuestro objeto de estudio. Además, nos basamos en la triangulación metodológica, combinando datos proporcionados por diferentes modalidades e instrumentos.

Participantes

En el primer cuatrimestre del año 2011 trabajamos con una muestra incidental de estudiantes universitarios compuesta por el total de alumnos que cursó Psicología Educacional (N=36), asignatura integrada en diferentes planes de estudio de carreras de grado de la Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina). El grupo estaba compuesto por los estudiantes de ambos sexos (11 varones y 25 mujeres) que cursaban carreras de profesorado, tanto de la Facultad de Ciencias Humanas como de la Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales.

Instrumentos

Los datos fueron recabados por medio de una diversidad de instrumentos y modalidades de recolección:

Los datos acerca del *contexto* en que se desarrolló la evaluación se recabaron a partir de observaciones no participantes y del análisis del protocolo de evaluación –o consignas de evaluación– que debieron responder los estudiantes.

Los datos acerca del *perfil emocional* de los estudiantes se obtuvieron a partir del *Achievement Emotions Questionnaire* –AEQ– (Pekrun *et al.*, 2005). El AEQ consta de tres secciones, que pueden utilizarse independientemente: una sección evalúa las emociones relacionadas con las clases, otra sección indaga las emociones respecto a los aprendizajes en general y una tercer sección considera las emociones que surgen en relación con las situaciones de los exámenes en particular. Para los fines de este estudio consideramos la sección que evalúa diversas emociones vinculadas con los exámenes propuestos en una asignatura en particular. Esta sección está compuesta por 77 ítems, que se responden con base en una escala Likert de cinco puntos, en donde los estudiantes marcan el grado de acuerdo o desacuerdo con las afirmaciones proporcionadas. Así, la puntuación más baja (1) significa desacuerdo con la afirmación planteada en el ítem; mientras que la puntuación más alta (5) significa un completo acuerdo con la afirmación. Los ítems de esta sección se agrupan en ocho escalas: cuatro escalas correspondientes a emociones positivas: disfrute (10 ítems), esperanza (8 ítems), orgullo (10 ítems) y alivio (6 ítems); y cuatro subescalas, que remiten a emociones consideradas negativas: enojo (10 ítems), ansiedad (12 ítems), vergüenza (10 ítems) y desesperanza (11 ítems).

Actualmente, la comunidad científica está haciendo un importante uso de este instrumento. Se ha utilizado en investigaciones realizadas en diversos países del mundo, como Bélgica (Mouratidis, Vansteenkiste, Lens y Vanden Auweele, 2009), China y Alemania (Frenzel, Thrash, Pekrun y Goetz, 2007), Estados Unidos (Berg, 2008), Filipinas (Matti *et al.,* 2009) y España (González Fernández, Rinaudo y Donolo, 2010). En el contexto local, González Fernández y colaboradores (2010) realizaron un estudio comparativo sobre el ajuste emocional entre estudiantes universitarios argentinos y españoles. La versión traducida al español del AEQ administrada en dicho estudio es la que se utilizó para esta investigación, sin cambios en la redacción de sus ítems, teniendo en cuenta que en la prueba piloto que se efectuó de este instrumento, no se observaron dificultades por parte de los estudiantes para interpretar el contenido de los ítems en el sentido esperado.

Éstas o similares escalas del AEQ han sido extensamente utilizadas para evaluar las emociones, en la educación secundaria y en la universidad, referidas a las clases en general o a diferentes materias específicas, como matemáticas, latín, inglés, alemán, física y psicología (Daniels, Stupnisky, Pekrun, Haynes, Perry y Newall, 2009; Dettmers, Trautwein, Lüdke, Goetz, Frenzel y Pekrun, 2011; Frenzel, Goetz, Lüdtke, Pekrun y Sutton, 2009; Goetz, Frenzel, Hall y Pekrun, 2008; Pekrun, Goetz, Daniels, Stupnisky y Perry, 2010). Los coeficientes de fiabilidad encontrados por estos autores confirman la adecuación de la escala utilizada en este estudio (con valores de α entre .84 y .94). También se ha constatado su validez estructural e interna (Pekrun, Goetz, Frenzel, Barchfeld y Perry, 2011). Con estudiantes españoles, la misma escala que empleamos en la presente investigación también reveló su fiabilidad para evaluar las emociones académicas de alumnos de secundaria (González, Rinaudo, Paoloni y Donolo, 2012) y universitarios (González, Donolo y Rinaudo, 2009; González, Donolo, Rinaudo y Paoloni, 2011; González, Paoloni, Donolo y Rinaudo, 2012).

Los datos acerca de la perspectiva de los estudiantes sobre las emociones experimentadas en relación al contexto de evaluación se obtuvieron mediante entrevistas grupales semiestructuradas. Las mismas se desarrollaron en horarios extra clase, al finalizar el cuatrimestre, y tuvieron aproximadamente treinta minutos de duración.

Procedimiento

El estudio presentado se llevó a cabo teniendo en cuenta los requerimientos establecidos por la metodología denominada intervenciones programáticas (Pigott y Bar, 2000), conocida también como experimentos formativos (Reinking y Bradley, 2004) o, más recientemente, como estudios de diseño (Confrey, 2006). Se trata de una metodología que intenta superar las dificultades para trasladar al campo de las prácticas pedagógicas los resultados y avances logrados en la investigación educativa, problemas señalados muy especialmente desde el campo de la Psicología Educacional (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003; De Corte, 2000; Kelly, 2003; Rinaudo y Donolo, 2010).

Los estudios de diseño constituyen una alternativa metodológica que intenta atender con rigor cuatro aspectos esenciales relativos al propósito de integrar la investigación educativa con la práctica pedagógica; a saber: 1) diseño de intervenciones instructivas; 2) control del desarrollo de las intervenciones; 3) conocimiento generado para determinar el modo en que el diseño o la intervención debería modificarse para cumplir con las metas propuestas; 4) conocimiento generado para convalidar, modificar o cuestionar la teoría sobre la que se basó la intervención.

De acuerdo con lo expuesto, al inicio del primer cuatrimestre del 2011 comunicamos a los estudiantes de Psicología Educacional nuestra intención de llevar a cabo una investigación orientada a mejorar la enseñanza impartida y, en consecuencia, a favorecer también la calidad de sus aprendizajes. Al respecto, anticipamos que focalizaríamos nuestra atención en el proceso de evaluación propuesto desde la cátedra, y les consultamos sobre su disponibilidad para participar voluntariamente en la ejecución del proyecto presentado aportando los datos que fueran necesarios. Por unanimidad, los alumnos manifestaron su decisión de colaborar con lo que hiciera falta.

En el contexto de la asignatura en la que se llevó a cabo este estudio, se implementaron tres situaciones de evaluación: un examen escrito e individual, en el que se evaluaron dos de las tres unidades que integraban el programa de la materia; una tarea escrita grupal; un examen opcional, que podían rendir aquellos estudiantes que no aprobaron alguna de las dos primeras instancias de evaluación referidas. Para este trabajo decidimos centrar nuestra atención en el examen escrito e individual, por considerarlo una modalidad de evaluación bastante tradicional que los estudiantes universitarios suelen estar habituados a enfrentar.

Las observaciones no participantes y los registros escritos consecuentes se realizaron en todas las clases de la asignatura. De tal modo, se recabaron datos antes de la situación de examen propiamente dicha, durante y después de la misma. En cuanto a la evaluación, fue desarrollada en el horario habitual de clases. Se entregó a los alumnos la consigna de la evaluación junto con el AEQ. Se les aclaró, en primer lugar, que respondieran por escrito a las consignas que conformaban la evaluación y, en segundo lugar, que atendieran al cuestionario AEQ, reflexionando sobre las emociones que fueron experimentando antes, durante y después del desarrollo del examen. Al finalizar el examen, todos los alumnos entregaron, en tiempo y forma, el AEQ respondido (N=36). En las semanas posteriores, se contactó nuevamente a los alumnos para entrevistarlos. Participaron en esta entrevista 17 de 36 alumnos, esto es, todos aquellos que estuvieron dispuestos a colaborar voluntariamente con esta instancia de la investigación.

El procesamiento de los datos recabados mediante el AEQ se realizó por medio del programa estadístico denominado SPSS (versión 12.0). Por otra parte, los datos obtenidos mediante observaciones y entrevistas permitieron conformar categorías emergentes.

Resultados y análisis

Teniendo en cuenta los objetivos que orientaron la realización del trabajo, organizaremos esta sección en tres apartados. Primero, se describirá el contexto de evaluación propuesto, según tres segmentos considerados: el segmento de preparación, el segmento de evaluación en sentido estricto y el segmento de comunicación/devolución. Segundo, se caracterizará el perfil emocional del grupo de estudiantes en relación con el contexto de evaluación referido. Tercero, se analizarán las percepciones de los estudiantes acerca de las emociones experimentadas en la evaluación en que participaron.

Descripción del contexto de evaluación

El contexto de evaluación propuesto en el marco de la asignatura se analizó, focalizando principalmente tres segmentos puntuales: el segmento de preparación, el segmento de evaluación propiamente dicha y el segmento de comunicación/devolución (Rochera y Naranjo, 2007).

El *segmento de preparación* –que por definición comprende los momentos anteriores a la evaluación propiamente dicha– fue cuidadosamente planificado por los docentes, de modo tal que, en teoría, promoviera en los alumnos las condiciones favorables para sus desempeños. Así, en esta instancia preparatoria se comunicó con bastante anticipación (21 días, aproximadamente) la fecha de la evaluación, se especificaron los contenidos que serían evaluados y se los invitó a participar en la realización de una tarea académica de características similares a la evaluación escrita que les fue solicitada, días después, como parte de su proceso de formación. Esta tarea que se les propuso a los estudiantes antes del examen –como una manera de ayudarlos a prepararse para rendir– fue optativa. En ella los alumnos trabajaron consignas similares a las que se les plantearon luego en el examen obligatorio. Para tal fin, los alumnos accedieron a un *blog* creado especialmente por el equipo de cátedra y descargaron de allí una serie de consignas que respondieron en su domicilio, tratando de elaborar sus respuestas tal como lo harían si dichas consignas se presentaran en el contexto de la evaluación formal de la materia. Esas respuestas fueron puestas en común en una clase destinada especialmente para proporcionar *feedback* sobre el proceso de aprendizaje. De tal modo, en la clase anterior al examen se socializaron los resultados obtenidos en la tarea escrita optativa. Los alumnos conformaron pequeños grupos y revisaron las respuestas que habían dado a las diferentes cuestiones planteadas en el *blog*. Luego, se realizó una puesta en común, leyendo cada grupo las respuestas que habían elaborado. Los docentes intervinieron aclarando las dudas manifestadas por los alumnos y realizando comentarios que los ayudasen a mejorar sus respuestas, para que las mismas fueran más precisas y completas.

En cuanto al *segmento de evaluación*, o momento en que se plantea la evaluación propiamente dicha, la docente repartió a cada alumno las consignas de trabajo, realizó una presentación de la evaluación especificando el tiempo máximo esperado para su realización (una hora y media), la modalidad de respuesta aceptada (individual) y cuestiones relativas a la posibilidad del examen de recuperación anticipadas en el programa de la asignatura. Una vez aclaradas estas cuestiones, expresó lo siguiente:

> Todas las personas que estuvimos durante todas estas clases con ustedes tenemos una muy buena imagen de este grupo. . . .

> Saben que pueden volver a hacer el parcial, pero han tenido un buen desempeño a lo largo de todas las clases y en las actividades anteriores, así que los estimulamos a que respondan de forma honesta. Piensen mucho, a la gente de Letras e Historia les diría que traten de ir a los aspectos más centrales, a la gente de Exactas y Matemática le diría vayan a los aspectos centrales, pero díganos con honestidad lo que piensan, no sean tan telegráficos. Vean que se responda a las cosas que preguntamos. (Fragmento, discurso del docente responsable de la asignatura, clase núm. 11, 30-05-11)

El protocolo de examen consistió en cuatro preguntas de desarrollo. En la primera, se pidió a los alumnos que explicaran la noción de aprendizaje significativo por recepción y las condiciones que lo hacen posible de acuerdo con Ausubel. En la segunda, se les solicitó que, en relación a uno de los artículos trabajados en la asignatura: a) expresaran en sus propios términos los resultados de un estudio que se adjuntaba; b) explicaran qué aspectos se consideran cuando se hace referencia al término autoconcepto y qué otros factores, además del autoconcepto académico, muestran incidencia en el alto rendimiento académico. En la tercera, se les solicitó que mencionaran y comentaran dos factores de los contextos educativos que pueden favorecer el desarrollo de la creatividad en la universidad. Y, por último, se les pidió que, en relación a los contextos de aprendizajes formales y no formales, explicaran en qué consisten los criterios para diferenciarlos y que dieran ejemplos de contextos no formales vinculados a la formación disciplinar.

El *segmento de comunicación/devolución* consistió en comunicar las calificaciones obtenidas por cada alumno en un listado que el profesor publicó en la puerta de su oficina, donde se incluyó la calificación numérica obtenida. Se identificó a cada alumno por su número de DNI (Documento Nacional de Identidad) y no por nombre y apellido.

Perfil emocional de los estudiantes

Luego de completar la evaluación, los alumnos respondieron a la *sección exámenes* del cuestionario AEQ (Pekrun *et al.*, 2005). El cuadro 1 sistematiza los resultados obtenidos para cada una de las ocho escalas que componen el instrumento.

Teniendo en cuenta por separado las escalas que componen el cuestionario, se observa que este grupo de alumnos en particular logró puntajes intermedios en las escalas correspondientes a las emociones positivas, ya que en un rango teórico de 1 a 5 obtuvieron valores próximos a 3, tal y como lo indican los puntajes para las emociones vinculadas con el disfrute (M=3.03), el orgullo

Cuadro 1. Media, desviación estándar y mediana para las escalas emocionales consideradas en la sección exámenes del AEQ. Alumnos de Psicología Educacional 2011 (N=36).

Escalas del AEQ sección examen	M	Sd	Md
Disfrute	3.03	0.53	3.10
Esperanza	3.33	0.75	3.50
Orgullo	2.98	0.61	2.95
Alivio	3.27	0.78	3.33
Enojo	1.93	0.57	1.90
Ansiedad	2.84	0.98	2.54
Vergüenza	1.90	0.73	1.80
Desesperanza	2.11	0.82	2.13
Apreciación general emociones positivas	3.15	0.47	3.13
Apreciación general emociones negativas	2.20	0.68	2.11

(M=2.98) y el alivio (M=3.27). La escala de la esperanza obtuvo el puntaje mayor dentro de este grupo de emociones positivas (M=3.33).

Por otra parte, y como se advierte en el cuadro presentado, las subescalas correspondientes a las emociones negativas presentaron puntajes considerados bajos, como es el caso del enojo (M=1.93), la vergüenza (M=1.90) y la desesperanza (M=2.11). Cabe destacar que dentro de este grupo de emociones la subescala de la ansiedad obtuvo el mayor puntaje (M=2.84), el cual se considera intermedio.

Considerados en su conjunto, los resultados respecto del perfil emocional de los estudiantes que participaron en este estudio sugieren una dinámica beneficiosa para su desempeño en la evaluación, en tanto el valor promedio logrado para las emociones positivas se ubica en un nivel intermedio (M=3.15), y el valor promedio correspondiente a las emociones negativas se ubica en un nivel considerado bajo (M=2.20).

Las percepciones de los estudiantes acerca de sus emociones en relación con el contexto de evaluación

Para profundizar el análisis de los datos acerca de las emociones experimentadas por los estudiantes, se realizaron entrevistas semiestructuradas a un subgrupo (N=17). Estos alumnos pudieron explayarse en relación con las emociones experimentadas en momentos previos a la evaluación, durante la situación de examen y después de recibir *feedback* sobre los resultados obtenidos. De tal modo, este apartado se organiza en tres secciones que, respectivamente, atienden a las perspectivas de los estudiantes respecto del estado emocional experimentado en cada uno de los momentos referidos. Las categorías presentadas en cada sección fueron elaboradas a partir de los datos, según la frecuencia de mención identificada en el discurso de los participantes.

Perspectiva de los estudiantes acerca de sus emociones en momentos previos a la situación de examen

Los aportes proporcionados por estos estudiantes sobre sus percepciones de los estados emocionales activados en los momentos previos a la evaluación se agruparon en tres ejes o categorías mutuamente excluyentes: a) percepciones que refieren a la tranquilidad como estado emocional predominante; b) percepciones que refieren a la ansiedad como emoción principal; c) aportes que no responden a lo solicitado.

a) Percepciones que refieren la tranquilidad como estado emocional predominante. En esta categoría, se integran los aportes de nueve de 17 alumnos que aluden a la tranquilidad como principal emoción activada en los momentos previos a la evaluación parcial. Es importante destacar que al interior de esta categoría pueden diferenciarse dos tipos de argumentos muy disímiles para explicar el surgimiento de esta emoción. Por un lado, se agrupan los argumentos de estudiantes que expresan haber estado tranquilos, porque reconocieron haber estudiado los temas, haberlos entendido y haber manejado bien el tiempo de estudio (seis de nueve alumnos).[1] En este caso, la tranquilidad se asocia a la satisfacción como estado de relajación positivo. El siguiente fragmento de entrevista permite ilustrar el sentido de lo referido:

> Yo, por ejemplo, al estar acostumbrado a estudiar materias más largas . . . vine más tranquilo, porque no sentía la presión de memorizar tantas cosas y saber tanto, sino que todo había sido visto en la clase y no me habían quedado dudas grandes. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 1, alumno del Profesorado en Historia)

Por otro lado, se agrupan las argumentaciones de tres estudiantes que aludieron también a la tranquilidad como emoción predominante antes del examen, pero asociada a un estado de resignación, de indefensión ante una situación percibida como riesgo inminente e inevitable para un desempeño satisfactorio.

1 Cabe precisar que en esta categoría se integran los aportes de estudiantes que, aunque no mencionan explícitamente el término “tranquilidad”, emplean palabras que aluden a un estado emocional positivo para los aprendizajes, ligado a la tranquilidad como emoción predominante. Entre estos términos, por ejemplo, podemos mencionar: “me sentí satisfecho”, “cómodo”, “confiado en mis posibilidades”, etcétera.

Se trata de alumnos que manifestaron no haber estudiado ni dedicado el esfuerzo ni el tiempo suficiente para prepararse para el examen. El siguiente fragmento representa un claro ejemplo de esta situación:

> Fue como venir a una clase, retranquilo, porque realmente dediqué poco tiempo para prepararme. La verdad que no parecía una situación de evaluación, parecía que veníamos a una clase. Nos reíamos, porque decíamos: nada de nervios ni nada. Vengo "entregado", ya hasta resignado, ni siquiera pensar que iba a poder aprobar para recuperar para la promoción . . . escribía como si fuera una clase, una entrevista, "entregado" [resignado]. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 2, alumno del Profesorado en Matemática)

b) Percepciones que refieren a la ansiedad como emoción principal. Esta categoría está compuesta por las respuestas de siete de 17 estudiantes. En general, sus apreciaciones se caracterizaron por referirse a la ansiedad para describir el estado emocional previo a la evaluación. En este caso, "nervios" o "nerviosismo" y "ansiedad" fueron los términos utilizados con mayor frecuencia por parte de los estudiantes. Los siguientes ejemplos ilustran lo referido:

> Antes de entrar [a rendir] estaba un poco nervioso. O ansioso de ver qué me iban a tomar. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 11, alumno del Profesorado en Matemática)

> Yo en la evaluación, antes, tenía nervios. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 13, alumno del Profesorado en Historia)

Aunque en general no tendieron a argumentar el por qué del estado emocional referido, inferimos que se trata del estado 'natural' que se espera que una persona experimente ante situaciones de evaluación. Desde esta perspectiva, entendemos que los estudiantes aludieron a una ansiedad moderada en su nivel de intensidad y, en este sentido, considerada beneficiosa para sus desempeños académicos. En otras palabras, por los comentarios de los estudiantes es posible inferir que experimentaron ansiedad moderada y no ansiedad extrema; esta última, por lo general identificada en las investigaciones como emoción negativa para los aprendizajes.

c) Aportes que no responden a lo solicitado. En esta categoría se integra el aporte de un estudiante que no respondió a lo solicitado por el entrevistador, sino que al parecer interpretó de un modo diferente la pregunta y sus aportes se distanciaron bastante del sentido esperado.

Perspectiva de los estudiantes acerca de sus emociones durante la situación de evaluación

Los aportes de los estudiantes respecto de las emociones activadas durante la evaluación se agrupan en dos categorías mutuamente excluyentes: a) comentarios que comunican una perspectiva general o inespecífica respecto del estado emocional experimentado durante la evaluación; b) comentarios que comunican una perspectiva específica respecto de las emociones predominantes durante la situación de examen.

a) Comentarios que comunican una perspectiva general respecto del estado emocional experimentado durante la evaluación. En esta categoría, se integraron los aportes de la mayoría de los entrevistados (16 de 17). Los comentarios de estos alumnos se caracterizaron por ser escuetos e inespecíficos, por referirse a sus emociones con términos generales como "nervios", "ansiedad", "miedo", "tranquilidad". Ejemplos: "sentí nervios y un poco de decepción", "en la evaluación estaba tranquilo, porque era accesible", etcétera.

b) Comentarios que comunican una perspectiva específica respecto del estado emocional experimentado durante la evaluación. En este grupo se integraron los aportes realizados por un solo estudiante, que logró explicitar con mayor claridad y detalle cuáles fueron sus emociones y cómo las fue "manejando" durante la elaboración de las respuestas a las consignas del examen:

> Durante el examen, me pasó que una de las preguntas como que me trabé para contestarla. Después me tranquilicé, porque me había puesto nervioso, porque no sabía si la iba a poder contestar. Después me tranquilicé y me puse "a buscar" los conocimientos de lo que yo tenía, de lo que había estudiado, y a tratar de relacionarlos con la pregunta, para poder contestarla . . . en esa pregunta estuve inseguro, pero después, en el resto, estuve bien. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 11, alumno del Profesorado en Matemática)

Respecto de la falta de explicitación que en general se advierte entre las respuestas proporcionadas por los estudiantes, en cuanto a las emociones experimentadas *durante la situación de examen*, podríamos pensar que tal vez la atención de los alumnos en ese momento estuvo enfocada en resolver las actividades, priorizando más los aspectos cognitivos y metacognitivos puestos en juego, por lo cual el reconocimiento del estado emocional/afectivo por el que se les preguntaba en la entrevista pudo haberles resultado algo complicado de precisar o definir.

Perspectiva de los estudiantes acerca de las emociones experimentadas luego del feedback *sobre el resultado obtenido en el examen*

En cuanto a las emociones experimentadas por los estudiantes luego de recibir *feedback* sobre sus desempeños en el examen escrito considerado, agrupamos sus aportes en tres categorías mutuamente excluyentes: a) predominio de emociones negativas en relación con los resultados comunicados; b) predominio de emociones positivas en relación con los resultados comunicados; c) aportes que se orientan en un sentido diferente al solicitado.

a) Aportes que destacan el predominio de emociones negativas en relación con los resultados comunicados. En esta categoría se incluyeron los aportes de cuatro de 17 alumnos que coincidieron en destacar la insatisfacción, decepción o desencanto como emociones negativas experimentadas en relación con los logros comunicados; en estos casos, un desaprobado. En cuanto a las argumentaciones que esgrimieron para explicar el surgimiento de estas emociones, si bien algunos reconocieron su propia responsabilidad por falta de estudio, en otros casos refirieron insatisfacción o dudas acerca de qué se consideraba como respuesta correcta. A continuación, presentamos un par de ejemplos que ilustran, respectivamente, cada caso:

> Me fue mal en el examen . . . y surge esa sensación de decepción con uno mismo. Yo sé que podría haber puesto un poco más, soy consciente de que si me fue mal fue por culpa mía y de nadie más. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 13, alumno del Profesorado en Historia)

> Para mí, no había estudiado mal, pensé que había aprobado con lo justo y, sin embargo, después, cuando fui al [examen] recuperatorio, que sentí que había estudiado bien, tampoco me fue como esperaba. Me hubiera gustado ver bien qué era lo que había que poner, quedé como insatisfecho en cuál era la respuesta que había que poner en el examen. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 12, alumno del Profesorado en Historia)

b) Aportes que destacan el predominio de emociones positivas en relación con los resultados comunicados. Esta categoría alude a la satisfacción, alegría o bienestar como emociones predominantes por el logro alcanzado en el examen. En tal sentido, integra los aportes de siete de 17 alumnos, que coincidieron en el hecho de haber experimentado estas emociones positivas. A continuación, un par de fragmentos de entrevista contribuyen a ejemplificar el sentido de lo referido:

> Después de que me enteré de la nota quedé satisfecho, porque era lo que yo aspiraba: poder promocionar . . . y lo logré, y me

> sentí contento con eso. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 8, alumno del Profesorado en Matemática)
>
> Después del examen me sentí tan bien, porque la nota no era lo que esperaba, ¡¡sino más!! Y estoy satisfecho de poder decir: “bueno, logré mi objetivo”, que era tratar de promocionar, aunque fue con lo justo, pero lo logré. (Fragmento de la entrevista al sujeto núm. 7, alumno del Profesorado en Matemática)

Como puede notarse, en las entrevistas los estudiantes utilizaron términos diferentes a los propuestos en el cuestionario estandarizado al que respondieron, lo cual aporta datos más comprehensivos acerca de las emociones activadas en relación con factores del contexto. Aporta, además, datos acerca de las emociones experimentadas en relación con la calificación obtenida, una cuestión que, al momento de completar el cuestionario, los alumnos desconocían.

c) Aportes que se orientan en un sentido diferente al solicitado. En este grupo se integran las respuestas de seis de los 17 alumnos entrevistados. Sus comentarios se caracterizaron, en general, por comunicar atribuciones de causalidad por los resultados obtenidos, y no por explayarse respecto de las emociones experimentadas en relación con los logros alcanzados. En otras palabras, estos alumnos comunicaron las causas por las que ellos explicarían los resultados que obtuvieron en el examen, pero no hicieron referencia a las emociones experimentadas en consecuencia. Por ejemplo, “si hubiera leído un poco más, hubiera sabido responder”, “yo había seleccionado los textos y me preguntaron sobre los dos o tres artículos que no leí”, etcétera.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio sugieren aspectos interesantes a ser considerados cuando se focaliza en las relaciones que se establecen entre las características de los contextos de evaluación y las emociones de logro. Presentaremos las consideraciones referidas agrupadas en tres ejes: a) rasgos de contextos de evaluación promisorios de estados emocionales beneficiosos para los aprendizajes; b) importancia de los métodos mixtos en el estudio de las emociones; c) consideraciones para investigaciones futuras.

a) Rasgos de contextos evaluativos promisorios de estados emocionales beneficiosos para los aprendizajes

La teoría de las emociones de logro propuesta por Pekrun (2002, en Pekrun *et al.*, 2007) supone que los contextos académicos que favorecen en los estudiantes el desarrollo de sus creencias de autoeficacia promueven, en consecuencia, la activación de estados emocionales beneficiosos para sus aprendizajes. En este sentido, los hallazgos correlacionados revelan que la confianza de los estudiantes en sus propias potencialidades para desempeñarse con éxito en un contexto académico estaría vinculada con la activación de emociones positivas para sus aprendizajes, como la esperanza o el orgullo (Pekrun, Elliot y Maier, 2006). Por el contrario, los pensamientos negativos acerca de las posibilidades de desempeñarse con éxito en una situación académica se asociarían con estados emocionales perjudiciales para los aprendizajes, como el enfado, el aburrimiento o la vergüenza (Bandura, Caprara, Barbaranelli, Gerbino, y Pastorelli, 2003, en González Fernández *et al*., 2010; Pekrun *et al*., 2006; Pekrun, Frenzel, Goetz, y Perry, 2007).

En el marco de nuestro trabajo, los análisis sugieren que tanto el segmento de *preparación* para la evaluación como los segmentos de *evaluación* propiamente dichos y de *comunicación/devolución* de resultados favorecieron en los alumnos el desarrollo de creencias de autoeficacia y, en consecuencia, el surgimiento de emociones de logro positivas como aspectos importantes para sus aprendizajes. Si en momentos previos a la evaluación los estudiantes pudieron participar en una situación simulada de examen en la que lograron explorar cómo serían evaluados, con qué nivel de dificultad podrían encontrarse y qué tipo de características generales definirían la instancia de evaluación a la que se enfrentarían, entonces tuvieron oportunidad de autoevaluar sus desempeños y anticipar comportamientos tendientes a mejorar sus actuaciones en el contexto genuino de la evaluación de la que participarían (por ejemplo, repasar mejor un tema, o bien profundizar vínculos entre los autores leídos). Tuvieron, en definitiva, oportunidades orientadas a favorecer sus creencias de eficacia en las posibilidades de desempeñarse con éxito en el examen venidero. Así, el *feedback* sobre el *proceso* de aprendizaje (desplegado en las instancias previas al examen) reunió características teóricas orientadas a promover emociones positivas en los estudiantes, porque: 1) facilitó el desarrollo de autoevaluación; 2) estimuló el diálogo entre profesores y pares, respecto del aprendizaje; 3) ayudó a clarificar en qué consiste un buen desempeño; 4) impartió información de alta calidad; 5) estimuló creencias de motivación positivas; 6) proporcionó a los profesores información que puede ser usada para mejorar la enseñanza.

En el mismo sentido, se orientaron los hallazgos relativos al *segmento de evaluación* propiamente dicho, que contó también con elementos capaces de fomentar en los estudiantes el desarrollo de creencias de autoeficacia beneficiosas para sus aprendizajes y la activación consecuente de emociones positivas. Así, cuando la docente entregó las consignas de evaluación, comunicó expectativas positivas respecto de la actuación de los estudiantes en el examen. En teoría, este tipo de *feedback referido a la persona* resulta alentador para los alumnos, porque los desafía a esforzarse para lograr un buen desempeño.[2] Por su parte, las preguntas del examen pretendían promover aprendizajes significativos, al poner a los alumnos en situación de establecer relaciones sustantivas entre diferentes conceptos y sus conocimientos previos (Ausubel, 2002). En este sentido, la evaluación implementada intentó promover en los estudiantes una *valoración positiva de las tareas* requeridas, valoración entendida como uno de los principales antecedentes asociados con el surgimiento de emociones académicas beneficiosas para el aprendizaje (Pekrun *et al.*, 2007).

En cuanto al momento de *comunicación/devolución* de los resultados, autores como Huertas (1997) y Alexander (2006) consideran que, independientemente de cómo se evalúe el progreso de los alumnos hacia las metas de aprendizaje, el profesor se convierte en un importante referente para la valoración que los alumnos realizan respecto de sus desempeños. Así, el reconocimiento que el docente realiza de las actuaciones de sus estudiantes y el modo en que comunica esas valoraciones constituyen un importante factor del contexto, capaz de influir en la percepción de autoeficacia de los alumnos para desempeñarse con éxito en tareas subsecuentes (Ryan, y Deci, 2000).

En el caso de nuestro estudio, entendemos que se cuidó el modo de comunicar los resultados –porque se trató de resguardar la privacidad de los datos–, pero, paradójicamente, se descuidó la interpretación que de esos resultados realizaron los alumnos. Quizás hubiese sido conveniente realizar la devolución de manera privada, acompañando las calificaciones obtenidas con señalamientos generales que orientaran a los alumnos respecto de las fortalezas y debilidades asociadas con sus respectivos desempeños en el examen.

b) Importancia de apelar a métodos mixtos en el estudio de las emociones de logro

Butler (2002) considera que adoptar lentes cualitativas y métodos múltiples para investigar fenómenos complejos –como las emo-

2 El *feedback referido a la persona* es un tipo particular de *feedback* propuesto en el modelo de Hattie y Timperley (2007). Expresa juicios generalmente positivos sobre el estudiante, no directamente vinculados con una tarea académica en particular; por ejemplo, "qué gran esfuerzo realizas" o, en el caso de nuestro estudio: "Todas las personas que estuvimos durante estas clases con ustedes tenemos una muy buena imagen de este grupo . . . han tenido un buen desempeño a lo largo de todas las clases y en las actividades anteriores, así que los estimulamos a que respondan de forma honesta". Hattie y Timperley (2007) consideran que este tipo de *feedback* puede tener un impacto favorable en el aprendizaje, cuando conduce a cambios en el esfuerzo, a compromiso, o bien a creencias de autoeficacia con los que los estudiantes afrontan el proceso de aprendizaje o las estrategias que emplean para comprender las tareas.

ciones de logro– habilita a los investigadores para desafiar las teorías existentes, capturando el modo en el que operan estos fenómenos en contexto y contribuyendo de esta manera en la construcción de perspectivas más integradoras y ampliamente comprehensivas. En el caso de nuestro estudio, entendemos que los resultados obtenidos a partir de métodos cuantitativos (AEQ) y cualitativos (entrevistas) se complementan para enriquecer la perspectiva de análisis en su conjunto. Así, los resultados cuantitativos sugieren un grupo de estudiantes caracterizado, entre otros aspectos, por la activación de emociones placenteras en relación con un contexto particular de evaluación. Por su parte, los hallazgos cualitativos nos permiten avanzar en el conocimiento de las complejas relaciones que se establecen entre los rasgos del contexto de evaluación y las emociones académicas, señalando que las emociones experimentadas por los estudiantes en el contexto del examen considerado contribuyeron a mejorar las condiciones internas con que se desenvolvieron.

c) Consideraciones para investigaciones futuras

Pensamos que a futuro sería interesante profundizar en dos direcciones complementarias. Por un lado, ampliar la consideración del contexto de evaluación, integrando el análisis de los *segmentos de corrección* y de *aprovechamiento*. Por otro lado, profundizar, para la investigación sobre las emociones de logro, en los beneficios que supone comunicar a los participantes de un estudio los resultados que obtuvieron y conocer sus apreciaciones al respecto.

En cuanto a la ampliación en la consideración del contexto de evaluación, parece interesante integrar los *segmentos de corrección* que conforman un proceso de evaluación y preguntarse, por ejemplo, por los criterios de corrección utilizados por los profesores, si fueron o no explicitados a los alumnos, y si se tomaron en cuenta al momento de corregir. Respecto del *aprovechamiento pedagógico* de los resultados obtenidos por los alumnos en un examen, sería interesante explorar la perspectiva de los docentes, con el fin de conocer si efectivamente aprovechan los resultados obtenidos por sus alumnos para diseñar actividades orientadas a potenciar las fortalezas o minimizar las debilidades encontradas. En definitiva, integrar la perspectiva de los docentes se torna promisorio para una comprensión más integral de las emociones experimentadas por los alumnos.

Con respecto a la posibilidad de integrar en una investigación sobre emociones académicas los procesos de *feedback* que habilitan los resultados obtenidos, parece importante implementar estudios sobre emociones académicas que comuniquen a los estudiantes los resultados que obtuvieron en los cuestionarios que respondieron. Así, por ejemplo, informar a los estudiantes acerca de los resultados que obtuvieron en el AEQ permitiría explorar los beneficios que esto supone para sus procesos de autorregulación y motivación académica. Pensamos que la información proporcionada a los estudiantes sobre sus emociones de logro, entendida como *feedback* sobre aspectos personales (Hattie y Timperley, 2007), representa una oportunidad propicia para fomentar el enriquecimiento de sus habilidades autorregulatorias.

En definitiva, los aportes de este estudio y las futuras líneas de investigación que pueden derivarse tienen potencial para contribuir a una comprensión más acabada e integral de la dinámica que se origina entre contextos de aprendizaje y emociones de logro, aportando elementos capaces de redundar en la mejora de ambientes evaluativos propicios para el surgimiento de emociones positivas y autorregulación de los aprendizajes.

Referencias

Alexander, P. (2006). *Psychology in Learning and Instruction*. Saddle River, NJ: Pearson Merril Prentice Hall.

Álvarez, J., Aguilar J. M., y Lorenzo J. J. (2012). La ansiedad ante los exámenes en estudiantes universitarios: relaciones con variables personales y académicas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 10*(1) 333-354.

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva.* Barcelona, Es.: Paidós.

Berg, C. (2008). Academic emotions in student achievement: Promoting engagement and critical thinking through lessons in bioethical dilemmas. *Maricopa Institute for Learning*. Recuperado el 25 de julio de 2013, de: http://mcli.maricopa.edu/files/mil/reports/cberg-report.pdf

Butler, D. (2002). Qualitative approaches to investigating self-regulated learning: Contributions and challenges. *Educational Psychologist, 37*(1): 59-63.

Butler, D., y Cartier, S. (2005). *Multiple complementary methods for understanding self-regulated learning as situated in context*. Recuperado el 28 de Julio de 2010, de: http://ecps.educ.ubc.ca/faculty/Butler/Confer/Butler%20%20Cartier%202005%20AERA%20Paper%20Final.pdf

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher 32*(1), 9-13.

Cole, M. (1999). *Psicología cultural.* Madrid, Es.: Morata.

Confrey, J. (2006). The evolution of designs studies as methodology. En R. Keith Sawyer (2006). *The Cambridge Handbook of the Learning Science*, (pp. 135-151). Nueva York, NY: Cambridge University Press.

Daniels, L., Stupnisky, R., Pekrun, R., Haynes, T., Perry, R., y Newall, N. (2009). A longitudinal analysis of achievement goals: From affective antecedents to emotional effects and achievement outcomes. *Journal of Educational Psychology*, *101,* 948-963.

De Corte, E. (2000). Marying theory bulding and the improvement of school practice: A permanent challenge for instructional psychology. *Learning and Instruction 10,* 249-266.

Dettmers, S., Trautwein, U., Lüdke, O., Goetz, T., Frenzel, A., y Pekrun, R. (2011). Students' emotions during homework in mathematics: Testing a theoretical model of antecedents and achievement outcomes. *Contemporary Educational Psychology*, *36,* 25-35.

Frenzel, A., Goetz, T., Lüdtke, O., Pekrun, R., y Sutton, R. (2009). Emotional transmission in the classroom: Exploring the relationship between teacher and student enjoyment. *Journal of Educational Psychology*, *101,* 705-716.

Frenzel, A., Thrash, T., Pekrun, R., y Goetz, T. (2007). Achievement emotions in Germany and China: A cross-cultural validation of the Academic Emotions Questionnaire–Mathematics (AEQ-M). *Journal of Cross-Cultural Psychology*, *38*(3), 302-309.

Gallego, M., Cole, M., y The Laboratory of Comparative Human Cognition (2002). Classroom cultures and cultures in the classroom. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (4ª Ed.) (pp: 951-997). Washington, D. C.: American Educational Research Association.

Glaser, B., y Strauss, A. (1967). *The discovery of Grounded Theory*. Nueva York, NY: Widenfeld & Nocolson.

Goetz, T., Frenzel, A., Hall, N., y Pekrun, R. (2008). Antecedents of academic emotions: Testing the internal/external frame of reference model for academic enjoyment. *Contemporary Educational Psychology, 33,* 9-33.

Goetz, T., Preckel, F., Pekrun, R., y Hall, N. (2007). Emotional experiences during test taking: Does cognitive ability make a difference? *Learning and Individual Differences*, *17,* 3-16.

González Fernández, A., Donolo, D., y Rinaudo, M. C. (2009). Emociones académicas en universitarios: su relación con las metas de logro. *Ansiedad y Estrés, 15,* 263-277.

González Fernández, A., Donolo, D., Rinaudo, C., y Paoloni, P. V. (2011). Relaciones entre motivación, emoción y rendimiento académico en universitarios. *Estudios de Psicología, 32(2),* 257-270.

González Fernández, A., Paoloni, V., Donolo, D., y Rinaudo, C. (2012). Motivational and emotional profiles in university undergraduates: A self-determination perspective. *The Spanish Journal of Psychology, 15,* 1069-1080.

González Fernández, A., Rinaudo, C., Paoloni, V., y Donolo, D. (2012). Metas de logro, ansiedad, esperanza y rendimiento en lengua española en secundaria: un modelo estructural. *Infancia y Aprendizaje, 35,* 433-449.

González Fernández, A., Rinaudo, M. C., y Donolo, D. (2010). Motivación académica y ajuste emocional en universitarios argentinos y españoles. En P. Paoloni, M. C. Rinaudo, D. Donolo, A. González Fernández y N. Roselli. *Estudios sobre motivación. Enfoques, resultados y lineamientos para acciones futuras* (pp: 383-403). Río Cuarto, Ar.: Editorial de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Hattie, J., y Timperley, H. (2007). The Power of feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81-112. Recuperado el 20 de noviembre de 2011, de: http://rer.sagepub.com/cgi/content/bastract/77/a/81.

Jelin, E., Llovet, J. J., y Ramos, S. (1986). Un estilo de trabajo: la investigación microsocial. En R. Corona (Ed.) *Problemas metodológicos en la investigación sociodemográfica*. México, D. F.: El Colegio de México.

Kelly, A. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, *32*(1), 5-8.

Matti, C., Tria, D., y Verano, C. (2009). Action-control as predictors of learning-related achievement emotions. *The International Journal of Research and Review*, *3,* 97-119.

Mouratidis, A., Vansteenkiste, M., Lens, W., y Vanden Auweele, Y. (2009). Beyond positive and negative affect: Achievement goals and discrete emotions in the elementary physical education classroom. *Psychology of Sport and Exercise*, *10*(3), 336-343.

Paoloni, P., Rinaudo, M. C., Donolo, D., González Fernández, A., y Roselli, N. (2010). *Estudios sobre motivación: enfoques, resultados, lineamientos para acciones futuras*. Río Cuarto, Ar.: Editorial de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Patrick, H., y Middleton, M. (2002). Turning the kaleidoscope: What we see when self-regulated learning is viewed with a qualitative lens. *Educational Psychologist*, *37*(1): 27-39.

Pekrun, R. (2005). Progress and open problems in educational emotion research. *Learning and Instruction, 15*, 497-506.

Pekrun, R., Goetz, T., Daniels, L., Stupnisky, R., y Perry, R. (2010). Boredom in achievement settings: Exploring control-value antecedents and performance outcomes of a neglected emotion. *Journal of Educational Psychology, 102*, 531-549.

Pekrun, R., Goetz, T., Frenzel, A., Barchfeld, P., y Perry, R. (2011). Measuring emotions in students' learning and performance: The Achievement Emotions Questionnaire (AEQ). *Contemporary Educational Psychology, 36,* 36-48.

Pekrun, R., Elliot, A., y Maier, M. (2006). Achievement goals and discrete achievement emotions: A theoretical model and prospective test. *Journal of Educational Psychology, 98*(3), 583-597.

Pekrun, R., Frenzel, A., Goetz, T., y Perry, R. (2007). The control-value theory of achievement emotions: An integrative approach to emotions in education. En Schutz P. y Pekrun R. (Eds.), *Emotion in education* (pp. 13-36). San Diego, CA: Academic Press.

Pekrun, R., Goetz, T., y Perry, R. (2005). *Achievement Emotions Questionnaire. User's Manual*. Department of Psychology. Munich, Alem.: University of Munich.

Perry, N., Turner, J., y Meyer, D. (2006). Classrooms as contexts for motivating learning. En P. Alexander y P. Winne (Eds.), *Handbook of Educational Psychology.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Pigott, T., y Barr, R. (2000). Designing programmatic interventions. En M. L. Kamil, P. Mosenthal, P. Pearson y R. Barr (Eds.), *Handbook of reading research* (vol. 3), (99-108). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Pintrich, P. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. En M. Boekaerts, P. Pintrich y M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp: 451-502). San Diego, CA: Academic Press.

Reinking, D., y Bradley, B. (2004). Connecting research and practice using formative and design experiments. En N. K. Duke y M. Mallete (2004). *Literacy Research Methodologies,* (pp. 149 -169) Nueva York, NY: The Guilford Press.

Rinaudo, M. C., y Donolo, D. (2010). Estudios de diseño. Una perspectiva prometedora en investigación educativa. *Revista de Educación a Distancia*, (22). Recuperado el 18 de julio de 2013, de: http://revistas.um.es/red/article/view/111631/105951

Rinaudo, M. C. (2008, mayo). Investigación y docencia: renovando vínculos para mejorar la educación. [Conferencia de apertura] II Congreso Nacional de Producción y Reflexión sobre Educación-XII Jornadas de Producción y Reflexión sobre Educación. Realizado en la Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Córdoba, Argentina.

Rochera, M. J., y Naranjo, M. (2007). Ayudar a autorregular el aprendizaje en una situación de evaluación. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, 5*(3), 805-824. España. Editorial EOS. Recuperado el 14 de junio de 2013, de: http://repositorio.ual.es/jspui/bitstream/10835/617/2/Art_13_147_spa.pdf

Ryan, R., y Deci, E. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology, 25,* 54-67.

Schutz, P., y Pekrun, R. (2007). *Emotion in education*. San Diego, CA: Academic Press.

Torrano, F., y González Torres, M. C. (2004) El aprendizaje autorregulado: presente y futuro de la investigación. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, 2*. Recuperado el 4 de mayo de 2013, de: http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/3/espannol/Art_3_27.pdf

Valero, L. (1999). Evaluación de la ansiedad ante exámenes: datos de aplicación y fiabilidad de un cuestionario CAEX. *Anales de Psicología, 15*(2), 223-231. Recuperado el 3 de julio de 2013, de: http://www.um.es/analesps/v15/v15_2pdf/08v97_10caex.PDF

Zeidner, M., Boekaerts, M., y Pintrich, P. (2000). Self-regulation. Directions and challenges for future research. En M. Boekaerts, P. Pintrich y M. Zeidner. *Handbook of self-regulation* (pp: 749-768). San Diego, CA: Academic Press.

Zimmerman, B. (2002). Achieving self-regulation: The trial and triumph of adolescence. En F. Pajares y T. Urdan (Eds.). *Academic Motivation of Adolescents* (pp: 1-27). Greenwich, CT: IAP Ediciones.

[EX-LIBRIS]

Del ADN a la Humanidad, homenaje a Francisco José Ayala

Lucrecia Burges, (Coord.), México, D. F.: Universitat de les Illes Balears; CEFPSVLT, 2000.

El hombre, en su arrogancia,
se cree una gran obra divina.
Más humilde, yo creo, sea más justo
considerarlo descendiente de los animales.

CHARLES DARWIN

La teoría de la evolución es considerada como la teoría biológica de más amplio alcance, ya que a través de los años ha sido apoyada por las contribuciones de diversas disciplinas, entre ellas, la genética, la ecología, la biología de poblaciones, la filosofía de la biología, la antropología. Por tanto, hoy muy pocos estudiosos del tema dudan de que el mundo viviente sea resultado de la evolución. Al respecto, en la colección Eslabones en el Desarrollo de la Ciencia, del Centro de Estudios Filosóficos, Políticos y Sociales Vicente Lombardo Toledano, Lucrecia Burges publicó *Del ADN a la Humanidad, homenaje a Francisco José Ayala*. En esta obra aborda la evolución desde diferentes puntos de vista, con la finalidad de destacar la trayectoria profesional del notable representante del evolucionismo biológico del siglo XX, tanto en el ámbito filosófico como en el biológico. Cabe señalar que este libro es una recopilación de las conferencias dictadas por especialistas en la materia en un evento dedicado al profesor Ayala, en la Universidad de las Islas Baleares, en 1998.

Francisco J. Ayala, discípulo del reconocido evolucionista Theodosius Dobzhanski y autor de la teoría sintética, ha sido acreedor a innumerables distinciones académicas, entre las que vale la pena resaltar el premio Templeton, de 2010, y la Medalla Nacional de la Ciencia de Estados Unidos, de 2001; sin minimizar otros logros importantes, como sus más de quinientos artículos y libros publicados y más de diez doctorados *honoris causa* (UC Irvine). Es importante enfatizar que la labor de Ayala ha revolucionado de manera sorprendente el estudio de la evolución durante las últimas dos décadas.

La trascendencia de la evolución por selección natural es tal que para comprender cualquier aspecto de la biología primero debe entenderse en el contexto de la evolución; o dicho en palabras de Dobzhanski: “nada tiene sentido en biología excepto bajo el prisma de la evolución" (p. 15). Antes bien, la selección natural, en términos genéticos, se entiende como "la reproducción diferencial de genes que favorecen la adaptación al ambiente de sus portadores" (p. 2), y, a diferencia de la mutación y la deriva genética, que son también procesos fundamentales de la evolución biológica (Barahona y Piñero, 2009), la selección natural no se trata de un proceso azaroso, sino de un proceso organizador y creativo, por medio del cual puede explicarse la adaptación y la diversidad de los organismos (Darwin, 2010). Sin embargo, aun cuando la evolución de la vida tenga una tendencia marcada hacia la formación de sistemas cada vez más complejos, la conclusión más importante de la filosofía contemporánea sobre la dirección del proceso evolutivo es que éste no va a ningún lado. Entonces, Raúl Gutiérrez, uno de los autores del primer capítulo del libro, se cuestiona: ¿cómo se puede explicar la tendencia del proceso de evolución hacia sistemas vivientes de cada vez mayor complejidad? (pp. 2-3). La pregunta aún no tiene una respuesta concisa, no obstante, se cuenta con material teórico y práctico suficiente para responderla. Como ejemplo específico, Gutiérrez cita los trabajos más difundidos sobre el tema: las estructuras disipativas de Prigogine y los hiperciclos de Eigen, ambos fundamentados en el uso del no equilibrio termodinámico por parte de la materia, para formar estructuras complejas a partir de otras más simples (p. 4).

Siguiendo con las definiciones relevantes del libro, José Luis Vera introduce el concepto de progreso biológico, mismo que Francisco J. Ayala define como el cambio sistemático de una característica, de modo que los elementos posteriores de la secuencia muestran una mejora en dicha característica con respecto al anterior. Entonces, la pregunta ahora es: "¿puede clasificarse como 'progresivo' el proceso evolutivo humano?". Vera, con cierta independencia de los modelos de hominización, dice que se pueden establecer criterios a partir de los cuales sí podría clasificarse como progresivo; éstos son: 1) aumento de la capacidad de dispersión de la especie o humanización planetaria, que dependen de la capacidad de adquirir y procesar información del medio, elegir estrategias de dispersión, invadir nuevos territorios e incrementar el número de individuos o de especies; 2) aumento de la capacidad de transformación consciente de la naturaleza; 3) aumento de la complejidad de la organización social.

Interesantemente, la teoría darwinista del proceso evolutivo no se restringe únicamente a las ciencias biológicas: puede aplicarse a otros campos, como el de las ciencias humanas y sociales. Para ilustrar la versatilidad de la teoría, José Luis Luján habla de la analogía entre el evolucionismo biológico y el cambio tecnológico, y subraya que ésta posee algunas limitaciones en la práctica, especialmente porque la variabilidad en la evolución de los artefactos es intencional, es decir, que es producto de una selección artificial y no de una selección natural. Empero, puntualiza que, a pesar de las limitaciones que se han encontrado en el uso de esta analogía, ha ayudado a entender el proceso del cambio tecnológico.

En otro capítulo relacionado con la teoría darwinista, Jean Gayon hace una intervención excelente, en la que evalúa la relación entre la filosofía nietzscheana y el darwinismo; analiza una serie de críticas a los principios darwinianos, basados principalmente en la creencia de Nietzsche acerca del "error de Darwin", ya que él consideraba que la evolución no favorece al fuerte. Asimismo, hace una revisión de un grupo de textos dedicados a la selección, término que Nietzsche usaba para referirse al eugenismo. Gayon concluye que los comentarios de Nietzsche siguen tres direcciones: la crítica violenta hacia los sistemas morales que favorecen la victoria del débil sobre el fuerte, dado que para Nietzsche el darwinismo es una concepción meramente plebeya; la justificación explícita de la selección consciente en las especies; y, finalmente, la crítica a los principios de Darwin de la lucha por la existencia.

En el capítulo II, que corresponde a la biología, el material se torna más técnico. En esta parte, Andrés Moya nos explica la evolución de los virus de ARN, los cuales resultan adecuados para contrastar las predicciones de la genética de las poblaciones, debido a su sencillez genética y a su enorme tasa de evolución; en otras palabras, los virus de ARN son estructuras que presentan dos ventajas relevantes: una gran capacidad para generar grandes números de individuos en poco tiempo y espacio, y un alto grado de individualidad genética: "un virus de RNA puede conseguir en un año los cambios que experimenta un organismo de DNA en un millón de años" (p. 199). Por lo anterior, se reconocen tres aspectos a favor de la modelación experimental con virus de ARN: la evidencia experimental de que los virus de ARN operan de manera darwiniana; la certeza de que la selección también opera en organismos basados en el ARN; y que tanto la multiplicidad como la individualidad genética son propiedades de éxito evolutivo aun en entidades alejadas.

Otros estudios de la biología evolutiva están dirigidos a las poblaciones humanas: gracias al análisis del ADN mitocondrial, por ejemplo, se tienen pruebas sobre el origen africano del hombre. En el libro de Lucrecia Burges se presenta un trabajo de investigación realizado por Misericòrdia Ramon, en el que analiza la genética de la población balear, con el objetivo de "establecer la diferenciación de la población de Ibiza de la población balear y su posible similitud con poblaciones africanas y de Oriente Medio" (p. 126), y de evaluar las diferencias entre los chuetas y el resto de la población balear, para evidenciar su origen judío. Aquí, lo que conviene enfatizar es que la posición privilegiada del archipiélago balear en el Mediterráneo es privilegiada para este tipo de estudios, pues se presume que ha sido poblado a lo largo del tiempo por gente de diversas culturas. Los resultados del análisis de genética de las poblaciones, en este caso, señalan que “Ibiza presenta mayor afinidad genética con Oriente Medio y Norte de África que cualquier otra isla de Baleares” (p. 129), y que el origen de la población humana de Ibiza es cartaginés; mientras que la de los chuetas es judío.

Aunado a lo anterior, en la obra se describen otras investigaciones de casos muy específicos de evolución. Rubén V. Rial, en particular, discute la evolución del sueño y la vigilia, un estudio ambicioso que puede explicar por qué dormimos, lo cual es una incógnita para la neurofisiología. Lo que se conoce del sueño es que en mamíferos y aves tiene dos fases bien diferenciadas: el sueño de onda lenta (SWS, por sus siglas en inglés) y el sueño de movimientos oculares rápidos (REM, por sus siglas en inglés). Según Rial, esto puede deberse a que “el sueño de ambos grupos se ha desarrollado a partir de un antecesor común o; las características comunes del sueño de los mamíferos y aves se han desarrollado por algún mecanismo de convergencia adaptativa” (p. 60). Las consideraciones anteriores llevaron a algunos grupos de investigación a estudiar el sueño en reptiles, pero los resultados fueron desesperanzadores: no se identificaron SWS ni REM, sino solo estados de reposo y actividad dependientes de la temperatura y el fotoperiodo luz/oscuridad. Más adelante, Rubén V. Rial concluye que la vigilia espinal de procordados, el reposo de poiquilotermos y el REM de mamíferos son estados homólogos, y considera que los tres estados de vigilia encontrados en los mamíferos son resultado del desarrollo del sistema nervioso.

Beatriz Sabater dedica unas páginas a la evolución de la simbiosis entre los áfidos y su bacteria endosimbiótica *Buchnera aphidicola,* que ocurrió hace aproximadamente 750 millones de años, después de las asociaciones de las eucariotas con las mitocondrias y cloroplastos, mismas que tuvieron lugar hace mil millones de años. En este caso, las evidencias fisiológicas, metabólicas y genéticas sugieren que la adaptación de la *Buchnera* a la endosimbiosis consiste esencialmente en producir un exceso de triptófano y de leucina para proveérselos al áfido. Para finalizar con ejemplos de los estudios en el campo de la biología evolutiva, cito la discusión de E. Petitpierre sobre la filogenia del género Chrysolina y sus relaciones de parentesco con el género Oreina, basada en análisis cromosómicos y de ADN mitocondrial. Gracias a los datos moleculares generados se conoce del trofismo ancestral de las Chrysolina sobre *Lamiaceae*, aunque la relación de parentesco entre la Chrysolina y la Oreina aún no es clara. Las investigaciones delatan que la colonización de las *Asteraceae* y de las *Apiceae* en las Oreina y en la Chrysolina fue independiente para cada género y, en cuanto a los análisis filogenéticos de las

Chrysolina y sus plantas hospedadoras, suponen la convergencia de varios clados sobre ciertas *Lamiaceae*.

Como colofón de la obra, el tercer capítulo ofrece una exquisita entrevista con Francisco J. Ayala, dirigida por Camilo J. Cela Conde. En este apartado, el entrevistado da a conocer su postura frente a diferentes temáticas que atañen a la evolución. Ayala nos habla de la selección funcional directa del valor adaptativo de la moral, expresando que las normas de la moralidad que sobreviven a lo largo de la evolución cultural son sólo aquellas que promueven y conservan el éxito del grupo; entonces, el comportamiento virtuoso no se fundamenta en los genes, sino en el respeto que tenemos por otros seres humanos. Algunos ejemplos cotidianos, como "los padres que cuidan de sus hijos", confunden y hacen pensar que la buena conducta se debe a una razón biológica, porque los hijos llevan el material genético de los padres y tal vez por esto los padres cuiden de ellos, pero no es así, señala el profesor Ayala, esto tiene que ver con un comportamiento altruista y nada más.

Por otro lado, Francisco J. Ayala es cuestionado sobre la religión. Aquí, cabe señalar que en varias ocasiones el profesor ha afirmado que la religión cristiana es compatible con la teoría de la evolución, porque a la ciencia solo le atañen las realidades materiales. Por tanto, no es problema de la ciencia si Dios existe o no (Marrodán, 2010; López, 2010). En la entrevista, dejando clara su postura, comentó que la religión "es uno de los valores más universales de la humanidad" (p. 245) y que considera necesario el diálogo fluido y continuo entre la ciencia y la religión, para el desarrollo de la primera. A final de la entrevista, Ayala habla del analfabetismo científico de los ciudadanos americanos, y lo atribuye en gran parte a la percepción de religiosidad, que etiqueta a la ciencia de materialista y destructora de los valores religiosos, aun cuando la sociedad sea consciente de que el cincuenta por ciento del avance económico de la nación se obtiene de los avances científicos. Esta actitud esquizofrénica es compartida por el resto del mundo, aunque, a decir verdad, es muy probable que en los países del Tercer Mundo también se ignore que el progreso económico está tan fuertemente ligado a los aportes científicos. Asimismo, Francisco J. Ayala –como lo hace en otras entrevistas– se une al eterno lamento de la comunidad científica por no ser considerada una prioridad para la agenda nacional, y dice que el progreso económico del país sin la inversión decidida en ciencia básica es posible, pero solo para el corto plazo (Domínguez, 2013). Sin embargo, cierra enfatizando que no espera que el bienestar del país sea más importante que las razones políticas ante las elecciones, porque eso nunca sucederá, pero que sí guarda la esperanza de que el bienestar nacional sea lo segundo más importante, porque de esa manera se invertirá más en la ciencia.

Es así como concluyen las 253 páginas que constituyen este trabajo que logra destacar la obra de Francisco J. Ayala sobre una teoría que no puede ser entendida si no se la observa desde las diferentes ópticas desde las que ha sido estudiada. En todos estos estudios, el profesor orgullosamente ha formado parte. En términos concretos, Lucrecia Burges cumple con el objetivo de brindar al lector una perspectiva amplia sobre la teoría de la evolución, a pesar de que la integración de los textos de los autores no fue la mejor, porque, aun cuando todos hablan de la evolución, parecen muy alejados unos de otros.

Rosa Isela Vázquez Lizárraga
Unidad Profesional Interdisciplinaria
de Biotecnología del IPN

Referencias

Barahona, A., y Piñero, D. (2009). *Genética: la continuidad de la vida.* México, D. F.: Fondo de Cultura Económica.

Darwin, C. (2010). *El origen de las especies.* México, D. F.: Grupo Editorial Tomo.

Domínguez, N. (2013). Francisco J. Ayala: "Incluso los políticos más reaccionarios saben que la ciencia es rentable". *Mentes, el rincón de la ciencia y la cultura* (5 de junio). Recuperado el 27 de agosto de 2013, de: http://es.noticias.yahoo.com/francisco-j-ayala-incluso-los-pol-ticos-m-075651109.html

López, J. (2010). Francisco J. Ayala. *El cultural* (27 de julio). Recuperado el 30 de agosto de 2013, de: http://www.elcultural.es/version_papel/CIENCIA/27520/Francisco_J_Ayala

Marrodán, J. (2010). Entrevista a Francisco José Ayala. *Revista de teología* (25 de enero). Recuperado el 25 de agosto de 2013, de: http://www.temesdavui.org/es/online/panorama/entrevista_a_francisco_jose_ayala

Pope, S. J. (2007). *Human evolution and Christian ethics.* Cambridge, RU: Cambridge University Press.

UC Irvine. (2013). Francisco J. Ayala. *Faculty Profile System*. Recuperado el 20 de agosto de 2013, de: www.faculty.uci.edu/profile.cfm?faculty_id=2134

Colaboradores

Patricia Camarena Gallardo. Maestra y doctora en Ciencias, en el área de Educación Matemática del CINVESTAV-IPN, México. Actualmente, es profesora investigadora de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional de México. Ha recibido diversos reconocimientos, como el Premio Nacional ANUIES 2000. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), de la Academia Mexicana de Ciencias y de la Academia de Ingeniería de México. Funge como coordinadora de Educación en Ingeniería de la Academia de Ingeniería de México, y es miembro del CENEVAL para exámenes de calidad profesional. Su investigación se centra en Matemática en el Contexto de las Ciencias, Ciencias en Contexto, y Educación en Ingeniería. Es autora de varios libros y artículos de investigación. Ha dictado varias conferencias, tanto nacionales como internacionales, en Brasil, Chile, Colombia, Cuba, México, Francia, Panamá, República Dominicana, entre otros países.

Rosa del Carmen Flores Macías. Doctora en Educación por la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Es profesora titular de la División de Investigación y Posgrado de la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Ha dirigido diferentes proyectos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas y colaborado en otros que se dirigen a los procesos de formación docente. Sus investigaciones se han orientado a la comprensión de diferentes manifestaciones del desarrollo del proceso de aprendizaje en distintos ámbitos; uno de ellos, el de las matemáticas y el papel que juegan los procesos afectivos, cognoscitivos y sociales; también se ha centrado en valorar la influencia de la epistemología personal.

Adriana Hernández Morales. Maestra en psicología escolar por la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Actualmente, es estudiante del doctorado en la misma institución; su proyecto se relaciona con el papel de las comunidades de práctica en el proceso de formación de docentes. Ha sido profesora titular en el programa de licenciatura en Trabajo Social de la UNAM; asimismo, ha trabajado en la Secretaría de Educación Pública, en las USAER, ocupando diferentes cargos, entre ellos, el de directora. Ha colaborado en distintas actividades de formación de docentes de matemáticas y docentes del nivel medio superior.

Ugur Kale. Profesor asociado del Instructional Design and Technology de la West Virginia University. Sus áreas de enseñanza son Multimedia Learning, Technology Integration y Psicología Educativa. Entre sus publicaciones más relevantes se encuentran: Can they plan to teach with Web 2.0? Future teachers' potential use of the emerging web, en *Technology, Pedagogy and Education*;

Teaching style, ICT experience and teachers' attitudes toward teaching with Web 2.0, en *Education and Information Technologies*; Structuring video cases to support future teachers' problem-solving, *Journal of Research on Technology in Education*; y Online communication patterns of teachers, *Journal of Interactive Learning Research*.

Paola Verónica Paoloni. Doctora en Psicología, magíster en Educación y Universidad, licenciada en Psicopedagogía y maestra de Enseñanza Básica egresada de la Escuela Normal Superior de Río Cuarto. Ha sido profesora de educación básica, media superior, tercer ciclo y posgrado. Se desempeña como investigadora científica del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la República Argentina; es integrante responsable del Laboratorio de Monitoreo de inserción de Graduados de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Río Cuarto, República Argentina. Ha publicado diversos artículos y participado en comisiones evaluadoras y comités editoriales.

Ramón Sebastián Salat Figols. Maestro y doctor en Ciencias, con Especialidad en Matemática Educativa en el CINVESTAV. Licenciado en Física y Matemáticas en la Escuela Superior de Física y Matemáticas. Actualmente, es profesor del Departamento de Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas. Participa en proyectos de investigación con registro en la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN. Tiene varios artículos publicados, entre ellos, en la revista *Miscelánea Matemática* de la Sociedad Matemática Mexicana. Fue director de la Escuela Superior de Física y Matemáticas de 1995 a 2002.

Sarah J. Selmer. Doctora por la West Virginia University, especialista en Currículo e Instrucción; maestra en Educación por la Universidad de Oregon. Actualmente, es profesora asistente en Mathematics Education en la West Virginia University. Su investigación se enfoca en el estudio del currículo y la integración de las matemáticas y la ciencia. También ha sido coordinadora de programas en línea, así como maestra de matemáticas y ciencias computacionales en el West Salem High School de Oregon. En McMinnville High School Oregon ha enseñado Matemática y Tecnología. Entre sus publicaciones están: Selmer, S., y Floyd, K. (2012). UDL for geometric length measurement. *Teaching Children Mathematics*; Selmer, S., Bolyard, J., y Rye, J. (2011). Statistical reasoning for smart energy choices. *Mathematic Teaching in the Middle School*.

Christof Thomas Sulzer. De origen Suizo, estudió Lingüística Aplicada en la Universidad de Ciencias Aplicadas de Zúrich y obtuvo el grado de licenciatura en Enseñanza del Inglés en la Universidad de Guanajuato. Ha participado en diversos proyectos de investigación que examinan el Aprendizaje Integrado de Contenido y Lenguas Extranjeras (AICLE) como un posible enfoque en el aprendizaje del inglés como lengua extranjera. Actualmente, coordina el Departamento de Inglés en la División de Ciencias Económico Administrativas de la Universidad de Guanajuato y estudia una maestría en Lingüística Aplicada en la Universidad de Guadalajara.

Elia Trejo Trejo. Maestra en Ciencias, con Orientación en Matemática Educativa, por la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH), México. En la OEI y en la AECID cursó la especialidad en Indicadores y Estadísticas Educativas. Es profesora en la Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital. Entre sus publicaciones están: Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2011). Laboratorio de ciencias, un escenario para aprender matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (vol. 24). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Natalia Trejo Trejo. Maestra en Desarrollo Organizacional por el Instituto Tecnológico Latinoamericano, y licenciada en Administración por el mismo instituto. Es profesora en la Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital. Ha participado en proyectos de investigación y publicado, como coautora, artículos y ponencias en memorias de diversos congresos.

Arabela Beatriz Vaja. Licenciada en Psicopedagogía, egresada de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). Actualmente, se desempeña como becaria de investigación en el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina (CONICET). Doctoranda en Psicología en la Universidad Nacional de San Luis. Desarrolla sus investigaciones en temas relacionados con aspectos motivacionales y emocionales de los aprendizajes en contextos universitarios. Adscripta a la Cátedra Psicología Educacional, incluida en planes de estudio de diversos profesorados dictados en la UNRC.

Lineamientos para presentar originales

Innovación Educativa es una publicación del Instituto Politécnico Nacional con once años de trayectoria, indizada y arbitrada por pares. Publica trabajos especializados en investigación e innovación que abarquen la realidad educativa contemporánea. En su tercera época aparecerá cuatrimestralmente en los meses de abril, agosto y diciembre.

A partir de esta época recibirá contribuciones en español e inglés todo el año para las secciones *Innovus* (artículos de investigación, estudios críticos), *A dos tintas* (discusiones) y *Ex-libris* (reseñas críticas). *Innovación Educativa* incluye una sección temática en cada número llamada *Aleph*. Los artículos para esta sección se solicitan por convocatoria abierta tres veces al año. La originalidad, la argumentación inteligente y el rigor son las características que se esperan de las contribuciones.

Innovación Educativa únicamente recibe trabajos académicos y no acepta género periodístico. Con el fin de agilizar la gestión editorial de sus textos, los autores deben cumplir las siguientes normas de estructura, estilo y presentación.

Tipos de colaboración

- Investigación. Bajo este rubro, los trabajos deberán contemplar criterios como el diseño pertinente de la investigación, la congruencia teórica y metodológica, el rigor en el manejo de la información y los métodos, la veracidad de los hallazgos o de los resultados, discusión de resultados, conclusiones, limitaciones del estudio y, en su caso, prospectiva. La extensión de los textos deberá ser de 15 cuartillas mínimo y 30 máximo, incluidas gráficas, notas y referencias. Las páginas deberán ir numeradas y estar escritas a espacio y medio. Estas contribuciones serán enviadas a las secciones *Aleph* e *Innovus*.
- Intervenciones educativas. Deberán contar con un sustento teórico-metodológico encaminado a mostrar innovaciones educativas. La extensión de estos trabajos es de 15 cuartillas mínimo y 30 máximo, incluidas gráficas, notas y referencias. Las páginas irán numeradas y se escribirán a espacio y medio. Estas contribuciones se enviarán a las secciones *Aleph* e *Innovus*.
- Aportes de discusión y réplicas a los artículos. Deberán ser aportes recientes de investigación, o bien la contraargumentación sistemática de conceptos e ideas específicos expuestos en los artículos de las secciones *Aleph* e *Innovus*. Su propósito es la discusión constructiva y tendrán como extensión máxima tres mil palabras, calculadas con el contador de Word, incluidas gráficas, notas y referencias. Las páginas irán numeradas, con interlínea de espacio y medio. Estas contribuciones se enviarán a la sección *A dos tintas*.

- Reseñas de libros. Deberán aproximarse de manera crítica a las ideas, argumentos y temáticas de libros especializados. Su extensión no deberá exceder las tres mil palabras, calculadas con el contador de Word, incluidas gráficas, notas y referencias. Las páginas irán numeradas, con interlínea de espacio y medio. Estas contribuciones se enviarán a la sección *Ex-libris*.

Requisitos de entrega

- Los trabajos deberán presentarse en tamaño carta, con la fuente Times New Roman de 12 puntos, a una columna, y en mayúsculas y minúsculas.
- El título deberá ser bilingüe (español e inglés) y no podrá exceder las 15 palabras.
- Toda contribución deberá ir acompañada de un resumen en español de 150 palabras, con cinco a seis palabras clave que estén incluidas en el vocabulario controlado del IRESIE, y la traducción de dicho resumen al inglés (*abstract*) con sus correspondientes palabras clave o *keywords* (obsérvese la manera correcta de escribir este término). Las palabras clave se presentarán en orden alfabético. Puede acceder al vocabulario en la página electrónica www.iisue.unam.mx.
- Todos los trabajos deberán tener conclusiones.
- Los elementos gráficos (cuadros, gráficas, esquemas, dibujos, fotografías) irán numerados en orden de aparición y en el lugar idóneo del cuerpo del texto con sus respectivas fuentes al pie y sus programas originales. Es decir, no deberán insertarse en el texto con el formato de imagen. Las fotografías deberán tener mínimo 300 dpi de resolución y 140 mm de ancho.
- Se evitarán las notas al pie, a menos de que sean absolutamente indispensables para aclarar algo que no pueda insertarse en el cuerpo del texto. Toda referencia bibliográfica (cita textual, idea o paráfrasis) se añadirá al final de la misma de acuerdo con los lineamientos de la American Psychological Association (APA), respetando la puntuación adecuada, las fuentes correctas (redondas y cursivas), y cuidando que todos los términos (&, In, New York, etcétera) estén en español (y, En, Nueva York, etcétera). A continuación se ofrecen algunos ejemplos.
  - **Libro**
    - Skinner, B. F. (1971). *Beyond freedom and dignity*. Nueva York, N.Y.: Knopf.
    - Ayala de Garay, M. T., y Schvartzman, M. (1987). *El joven dividido: La educación y los límites de la conciencia cívica*. Asunción, Par.: Centro Interdisciplinario de Derecho Social y Economía Política (CIDSEP).
  - **Capítulo de libro**
    - Helwig, C. C. (1995). Social context in social cognition: Psychological harm and civil liberties. En M. Killen y D. Hart

(Eds.), *Morality in everyday life: Developmental perspectives* (pp. 166-200). Cambridge, RU: Cambridge University Press.

- **Artículo de revista**
  - Gozálvez, V. (2011). Educación para la ciudadanía democrática en la cultura digital. *Revista Científica de Educomunicación 36*(18), 131-138.
  - Freeman, V. G., Rathore, S. S., Weinfurt, K. P., Schulman, K. A., y Sulmasy, D. P. (1999). Lying for patients: Physician deception of third-party payers. *Archives of Internal Medicine, 159,* 2263-2270.
- **Fuentes electrónicas**
  - Sistema Regional de Evaluación y Desarrollo de Competencias Ciudadanas (SREDECC). (2010). *Sistema Regional de Evaluación y Desarrollo de Competencias Ciudadanas*. Recuperado el [especificar fecha], de: http://www.sredecc.org/imagenes/que_es/documentos/SREDECC_febrero_2010.pdf

Entrega de originales

El autor deberá adjuntar a su contribución los siguientes documentos:

- Hoja con los datos del autor: nombre, grado académico, institución donde labora, domicilio, teléfono, correo electrónico y fax.
- La solicitud de evaluación del artículo en hoja aparte.
- Hoja con la declaración de autoría individual o colectiva (en caso de trabajos realizados por más de un autor); cada autor o coautor debe certificar que ha contribuido directamente a la elaboración intelectual del trabajo y que lo aprueba para ser publicado.
- Hoja con la declaración de que el original que se entrega es inédito y no está en proceso de evaluación en ninguna otra publicación.
- *Curriculum vitae* completo del autor, en hoja aparte.
- El trabajo y los documentos solicitados arriba se entregan impresos y en archivo electrónico (CD), en procesador de textos Word, en la Coordinación Editorial de la Secretaría Académica, 1er piso, Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Av. Luis Enrique Erro s/n, Zacatenco, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, México, D.F.; o bien se pueden enviar a la dirección electrónica: coord.ed.rie@gmail.com, con copia a innova@ipn.mx.

Manuscript submission guidelines

Innovación Educativa, now in its eleventh year, is an indexed and peer-reviewed publication of the National Polytechnic Institute. It publishes specialized research and innovation manuscripts that encompass contemporary educational issues. In its most recent edition, it will be published trimesterly: in April, August, and December.

It will accept year-round contributions in Spanish and English for the sections *Innovus* (research articles, critical studies), *A dos tintas* (discussions), and *Ex-libris* (critical summaries). *Innovación Educativa* includes a thematic section, *Aleph,* in each issue. Contributions to this section will be requested three times a year through calls-for-articles. Originality, intelligent argumentation, and rigor are expected from the contributions.

Innovación Educativa accepts only academic –not journalistic– works. In order to facilitate editorial management of texts, the authors must fulfill the following structure, style, and presentation requirements.

Types of collaboration

- Research. Manuscripts must take into account criteria such as relevant research design, theoretical and methodological congruence, rigorous handling of information and methods, veracity of findings or results, discussion of results, conclusions, limitations of the study, and, if necessary, future possibilities. The manuscript must be between 15 and 30 pages, including graphs, notes, and references. Pages must be numbered, and text must be 1.5-spaced. These contributions will be sent to the sections *Aleph* and *Innovus*.
- Educational interventions. Manuscripts must include a theoretical-methodological basis geared towards demonstrating educational innovations. The manuscript must be between 15 and 30 pages, including graphics, notes, and references. Pages must be numbered, and text must be 1.5-spaced. These contributions will be sent to the sections *Aleph* and *Innovus*.
- Article discussions and rebuttals. Manuscripts must be recent investigation contributions or systematic counterarguments to specific concepts and ideas presented in articles in *Aleph* and *Innovus*. The objective is constructive discussion, and they must not exceed 3,000 words, according to the word count in Microsoft Word, including graphics, notes, and references. Text must be 1.5-spaced, and pages must be numbered. These contributions will be sent to the section *A dos tintas*.
- Book summaries. Manuscripts should critically approach the ideas, arguments, and themes of specialized books. They must not exceed 3,000 words, according to the word count in Microsoft

Word, including graphics, notes, and references. Pages must be numbered, and text must be 1.5-spaced. These contributions will be sent to the section *Ex-libris.*

Submission requirements

- Manuscripts must be on a letter-sized paper, in 12-point Times New Roman font, in a single column, with correct use of capital and lower-case letters.
- The title must be bilingual (Spanish and English) and must not exceed fifteen words.
- All contributions must include a 150-word abstract in Spanish, with five or six keywords that are included in the vocabulary database of the IRESIE, as well as a translation of the abstract and keywords in English. The vocabulary database can be consulted at www.iisue.unam.mx.
- All manuscripts must include conclusions.
- Graphic elements (charts, graphs, diagrams, drawings, tables, photographs) must be numbered in the order in which they appear, with correct placement in the text, with captions and credits to the original source. They should not be inserted as images into the body text. Photographs must have a minimum resolution of 300 dpi, and a width of 140 mm.
- Footnotes should be avoided, unless absolutely necessary to clarify something that cannot be inserted into the body text. All bibliographical references (textual quotations, ideas, or paraphrases) should be added as endnotes according to the American Psychological Association (APA) guidelines, respecting the correct font usage (roman and italic), and ensuring that all terms (&, In, New York, etc.) are in Spanish (y, En, Nueva York, etc.). The format can be seen in the following examples:
  - **Book**
    - Skinner, B. F. (1971). *Beyond freedom and dignity*. New York, N.Y.: Knopf.
    - Ayala de Garay, M. T. y Schvartzman, M. (1987). *El joven dividido: La educación y los límites de la conciencia cívica*. Asunción, Par.: Centro Interdisciplinario de Derecho Social y Economía Política (CIDSEP).
  - **Book chapter**
    - Helwig, C. C. (1995). Social context in social cognition: Psychological harm and civil liberties. En M. Killen y D. Hart (Eds.), *Morality in everyday life: Developmental perspectives* (pp. 166-200). Cambridge, Engl.: Cambridge University Press.
  - **Journal article**
    - Gozálvez, V. (2011). Educación para la ciudadanía democrática en la cultura digital. *Revista Científica de Educomunicación 36*(18), 131-138.

- Freeman, V. G., Rathore, S. S., Weinfurt, K. P., Schulman, K. A., & Sulmasy, D. P. (1999). Lying for patients: Physician deception of third-party payers. *Archives of Internal Medicine, 159,* 2263-2270.

- **Electronic sources**
  - Sistema Regional de Evaluación y Desarrollo de Competencias Ciudadanas (SREDECC). (2010). *Sistema Regional de Evaluación y Desarrollo de Competencias Ciudadanas*. Recuperado el [specify date], de: http://www.sredecc.org/imagenes/que_es/documentos/SREDECC_febrero_2010.pdf

Manuscript submission

The author must attach the following documents to his/her manuscript:

- Document with author's biographic and contact information: name, academic degree, institution where he/she works, address, e-mail, telephone and fax number.
- Document requesting manuscript evaluation.
- Document with statement of individual or collective (in case of works submitted by more than one author) authorship; each author or co-author must certify that he/she has directly contributed to the intellectual elaboration of the manuscript and agrees to its publication.
- Document stating that the manuscript has not been previously published and has not been submitted simultaneously for publication elsewhere.
- Author's complete C.V., as a separate document.
- The manuscript and the requested documents should be submitted in hardcopy and electronic files (CD), in Microsoft Word documents, to Coordinación Editorial de la Secretaría Académica, 1er piso, Unidad Profesional "Adolfo López Mateos", Av. Luis Enrique Erro s/n, Zacatenco, C.P. 07738, Delegación Gustavo A. Madero, México, D.F.; or they can be sent electronically to coord.ed.rie@gmail.com, with a copy to innova@ipn.mx.