Aprovecha al máximo esta sección de tu Guía de Estudio. Para ello te invitamos a que sigas estos pasos:

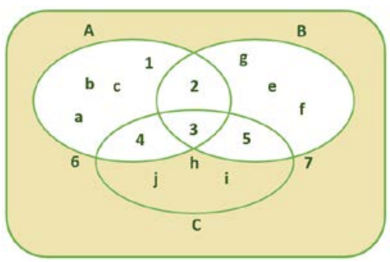
- ✓ Resuelve todos tus ejercicios antes de consultar esta sección.
- ✓ Una vez que hayas concluido, coteja tus resultados con la argumentación de la respuesta correcta que aparece aquí.
- ✓ Solicita apoyo de tus profesores o acude a recursos en línea para comprender conceptos, términos o procedimientos descritos en esta sección que aún no tengas claros.

Justificación de las respuestas correctas

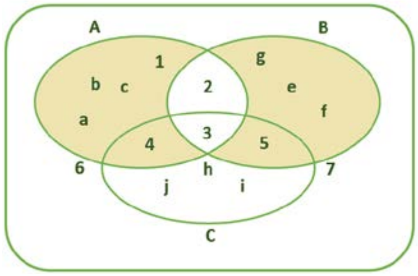
1 Respuesta correcta: C

Para resolver este ejercicio es necesario identificar todos los conjuntos en un diagrama de Venn: De esta forma tenemos que:

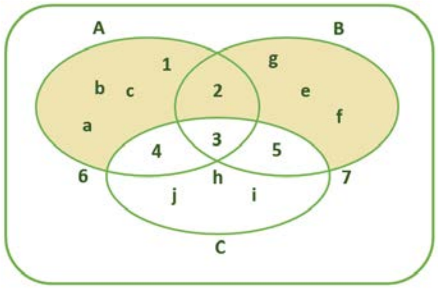
1. $(A \cup B)^c = \{6,7,h,i,j\}$



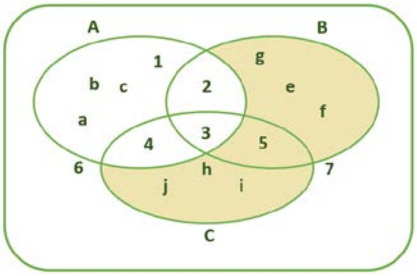
2. $A \Delta B = \{1,4,5,a,b,c,e,f,g\}$



3. $(A \cup B) \cap C^c = \{1,2,a,b,c,e,f,g\}$



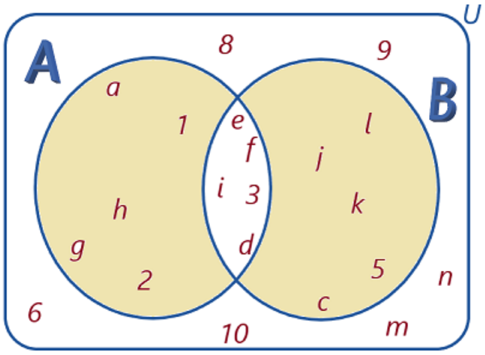
4. $A^c \cap (B \cup C) = \{5, e, f, g, h, i, j\}$



Por lo tanto, la respuesta correcta es 1D, 2A, 3B, 4C.

2	Respuesta correcta: D

Para resolver el ejercicio, identificamos en un diagrama de Venn la diferencia simétrica $A \Delta B$:



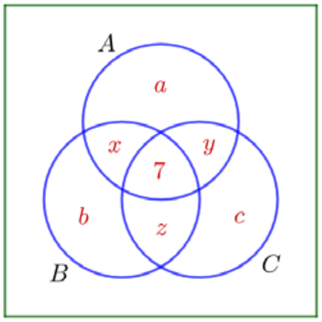
$$A \Delta B = \{1, 2, 5, a, c, g, h, j, k, l\}$$

Entonces, el complemento de la diferencia simétrica es

$$(A \Delta B)^c = \{3, 6, 8, 9, 10, d, e, f, i, m, n\}$$

3	Respuesta correcta: C

Representando la situación en un diagrama de Venn, observamos lo siguiente:



Los conjuntos representados son:

- A: niños matriculados en futbol
- B: niños matriculados en básquetbol
- C: niños matriculados en voleibol

De los datos del enunciado tenemos:

$$a + x + y = 53$$
$$b + x + z = 23$$
$$c + y + z = 20$$
$$a + b + c + x + y + z = 73$$

sumamos las primeras tres ecuaciones:

$$a + b + c + x + y + z + x + y + z = 96$$

sustituimos la cuarta ecuación:

$$(a + b + c + x + y + z) + x + y + z = 96$$
$$73 + x + y + z = 96$$
$$x + y + z = 23$$

Sustituimos en la cuarta ecuación

$$a + b + c + (x + y + z) = 73$$
$$a + b + c + 23 = 73$$
$$a + b + c = 50$$

Entonces 23 niños se matricularon en 2 actividades y 50 se matricularon en solo una actividad.

4	**Respuesta correcta: A**

Un conjunto que tiene n elementos, tiene 2^n subconjuntos. 1024 es equivalente a 2^{10}, entonces:

$$2^n = 2^{10} = 1024$$

es decir, el número de elementos del conjunto A es:

$$n = 10$$

5	**Respuesta correcta: D**

La intersección de los conjuntos A y B es

$$(A \cap B) = \{3, 5, 7, 11\}$$

Por lo tanto, el complemento de la intersección es

$$(A \cap B)^c = \{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$$

6	Respuesta correcta: B

La **cardinalidad** se refiere al número de elementos finitos o infinitos que tiene un conjunto.

Si un conjunto tiene n elementos, la cardinalidad de su conjunto potencia es

$$2^n$$

En este caso, $n = 11$, entonces, la cardinalidad de su conjunto potencia es

$$2^{11} = 2048$$

7	Respuesta correcta: B

En este ejercicio, la cardinalidad del espacio muestral se determina aplicando el principio de multiplicación. El lanzamiento de la moneda tiene dos posibles resultados y la pirinola ocho. Al lanzarlos simultáneamente habrá $8 \times 2 = 16$ posibles resultados.

8	Respuesta correcta: C

El número de formas de elegir a los tres niños es

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

y el número de formas de elegir dos niñas es:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

Por lo que el total de equipos que puede formase es:

$$20 \cdot 10 = 200$$

9	Respuesta correcta: C

La cantidad de permutaciones con repetición se calcula usando la fórmula **(1D)**:

$$\frac{n!}{k_1!\cdot k_2!\cdots k_n!}$$
$$k_1+k_2+\cdots k_n=n$$

Por otra parte, la cantidad de permutaciones cíclicas se calcula con la fórmula **(2C)**:

$$(n-1)!$$

Las permutaciones se calculan con la fórmula **(3A)**:

$$\mathrm{nPr}=\frac{n!}{(n-r)!}$$

Las combinaciones se calculan con la fórmula **(4B)**:

$$\mathrm{nCr}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Por lo tanto, la respuesta correcta es la que se expresa en el inciso C.

10	Respuesta correcta: B

Los libros deben ordenarse, y son ejemplares de un mismo libro por materia, por lo que se trata de permutaciones con objetos repetidos. El número de formas en que se pueden acomodar es:

$$\frac{8!}{3!\cdot 3!\cdot 2!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}$$

$$\frac{8!}{3!\cdot 3!\cdot 2!}=8\cdot 7\cdot 5\cdot 2=560$$

11	Respuesta correcta: D

Para establecer el espacio muestral de este conjunto se debe tomar en cuenta que el total de bolas dentro de la urna son 11 debido a que empieza en el número 10 y finaliza hasta el 20:

$$\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$$

12 Respuesta correcta: A

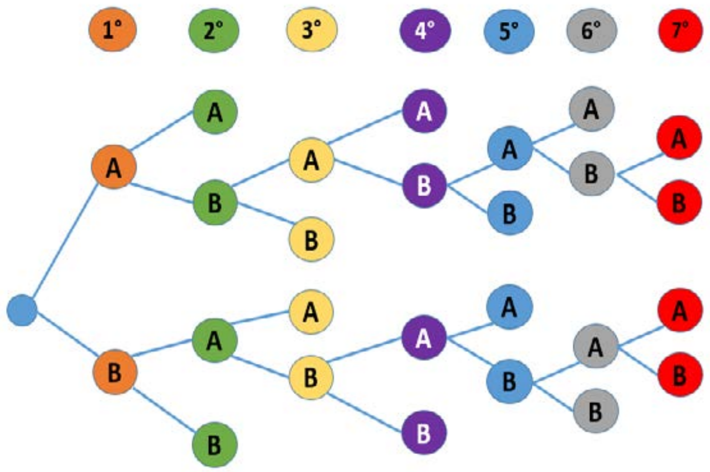
El evento de lanzar una moneda n veces tiene 2^n posibles resultados.
El evento de lanzar un dado n veces tiene 6^n posibles resultados.

Entonces el evento de lanzar una moneda y un dado n veces ocurre de 12^n formas distintas pues

$$2^n \cdot 6^n = 12^n$$

13 Respuesta correcta: D

Resolvemos este ejercicio construyendo un diagrama de árbol para determinar el número de elementos del espacio muestral:



Analizando el recorrido desde el principio del árbol hasta los puntos finales se nota quién ganó cada juego en el torneo individual:

1. AA
2. ABAA
3. ABABAA
4. ABABABABA
5. ABABABB
6. ABABB
7. ABB
8. BAA
9. BABAA
10. BABABAA
11. BABABABAB
12. BABABB

13. BABB
14. BB

Por lo tanto, la cantidad de puntos muestrales es 14.

14	Respuesta correcta: C

Si A y B son independientes, entonces

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Y aplicando el principio de inclusión- exclusión:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

Sustituimos valores

$$0.7 = 0.4 + P(B) - 0.4\, P(B)$$

y despejando $P(B)$, obtenemos

$$0.7 - 0.4 = P(B) - 0.4\, P(B)$$

$$0.3 = 0.6\, P(B)$$

$$P(B) = \frac{0.3}{0.6}$$

$$P(B) = 0.5$$

15	Respuesta correcta: A

En este ejercicio, el segundo lanzamiento es independiente del primer lanzamiento, por lo que la probabilidad de obtener cara en el segundo lanzamiento es simplemente la probabilidad de obtener cara en un lanzamiento de una moneda, es decir:

$$p = \frac{1}{2}$$

16	Respuesta correcta: C

La probabilidad de elegir una pieza defectuosa $P(D)$ se calcula como:

$$P(D) = \frac{1}{3}\left[\frac{5}{100} + \frac{1}{100} + \frac{3}{100}\right]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{100} = \frac{3}{100}$$

17	Respuesta correcta: C

Continúa del ejercicio 16.

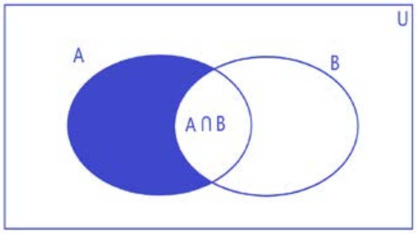
La probabilidad de que la pieza elegida no sea defectuosa es:

$$P(D^c) = 1 - P(D)$$

$$= 1 - \frac{3}{100} = \frac{97}{100}$$

18	Respuesta correcta: B

Para resolver el ejercicio, nos ayudamos trazando un diagrama de Venn:



$$P\left(A \cap B^c\right) = P\left(A\right) - P\left(A \cap B\right)$$

19	Respuesta correcta: B

Un fenómeno es **aleatorio** cuando, aun conociendo las posibilidades que pueden presentarse, no es posible asegurar cuál será el resultado final.

Por su parte, un evento **determinista** es aquel en el cual existe la seguridad de que cierto resultado va a ocurrir siempre que partamos de unas condiciones iniciales bien definidas.

Entonces:
- a) Lanzar una moneda al aire es un evento aleatorio.
- b) Ir a la escuela todos los días es un evento determinista.
- c) Lanzar un dado y observar qué número sale es un evento aleatorio.
- d) Elegir un nombre al azar de una lista y ver cuál es su sexo es un evento aleatorio.

20	Respuesta correcta: A

El número de mujeres que juegan basquetbol es 50 y hay un total de 1000 personas, por lo que la probabilidad solicitada es

$$P(M \cap B) = \frac{50}{1000} = \frac{1}{20}$$

21	**Respuesta correcta: D**

La probabilidad de que ocurran tres eventos A, B y C simultáneamente se puede calcular mediante la expresión:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|A \cap B)$$

22	**Respuesta correcta: D**

La probabilidad buscada se calcula:

$$P\left(A \cap B^c\right) = P(A) - P(A \cap B)$$

Para calcular $P(A \cap B)$ usamos el principio de inclusión-exclusión

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

sustituyendo la información proporcionada

$$\frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - P(A \cap B)$$

y despejando

$$P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$$

Entonces:

$$P\left(A \cap B^c\right) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$P\left(A \cap B^c\right) = \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

23	**Respuesta correcta: A**

Como son eventos independientes, entonces

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A \cap B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

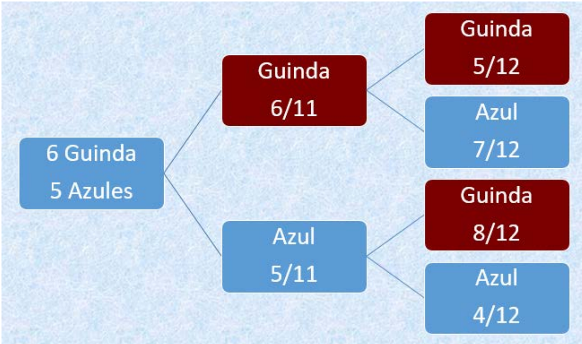
24	Respuesta correcta: A

Si los eventos A y B son independientes, entonces la probabilidad de su intersección es igual a:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

25	Respuesta correcta: A

Para resolver este ejercicio, construimos un diagrama de árbol:



La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean ambas azules es

$$\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{12} = \frac{10}{66}$$

mientras que la probabilidad de que ambas sean rojas es

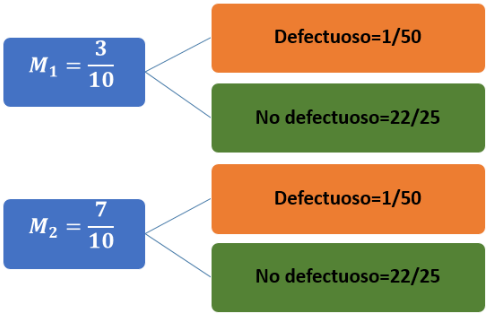
$$\frac{6}{11} \cdot \frac{5}{12} = \frac{15}{66}$$

Entonces, la probabilidad de que sean del mismo color es

$$\frac{10}{66} + \frac{15}{66} = \frac{25}{66}$$

26	Respuesta correcta: A

En este ejercicio construimos un diagrama de árbol a fin de tener una mejor idea del comportamiento de los eventos:



La probabilidad de que un producto elegido al azar provenga de la máquina M_1, dado que no fue defectuoso es:

$$P(M_1|D) = \frac{P(M_1 \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{50}}{\frac{1}{50}} = \frac{3}{10}$$

27 **Respuesta correcta: D**

Nuevamente, construimos un diagrama de árbol y representamos con x la probabilidad de que un hombre prefiera vivir en la ciudad:

Si la probabilidad de que una persona prefiera vivir en la ciudad $P(C)$ es 0.65, entonces:

$$P(C) = P(M)P(C|M) + P(H)P(C|H) = 0.65$$

$$P(C) = \left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{4}{10}\right) \cdot x = \frac{65}{100}$$

$$x = \frac{\frac{65}{100} - \frac{42}{100}}{\frac{40}{100}} = \frac{23}{40}$$

28	**Respuesta correcta: A**

Si elegimos un color de los cinco disponibles, la probabilidad de que las tarjetas sean de ese color es

$$p = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

y como son cinco colores, entonces la probabilidad de que las tarjetas extraídas sean del mismo color es

$$5 \cdot \frac{1}{45} = \frac{1}{9}$$

29	**Respuesta correcta: C**

La mediana para datos agrupados se calcula usando la fórmula

$$Md = LRI + \frac{\frac{n}{2} - f_{aa}}{f} \cdot c$$

La mediana se encuentra en la clase $[60,65)$, entonces:

$$Md = 60 + \frac{50 - 35}{25} \cdot 5$$

$$Md = 60 + \frac{15}{5}$$

$$Md = 63$$

30	**Respuesta correcta: C**

De acuerdo con la información de la tabla, los trabajadores que pesan menos de 55 kg pertenecen a las primeras dos clases, $[45,50)$ y $[50,55)$. La frecuencia acumulada de la segunda clase es 15, y hay un total de 100 trabajadores, entonces el porcentaje es

$$\frac{15}{100} = 0.15 = 15\%$$

31	**Respuesta correcta: C**

Los trabajadores que pesan 55 kg o más, pero menos de 70, pertenecen a las tres clases $[55,60)$, $[60,65)$ y $[65,70)$. La suma de las frecuencias de estas tres clases es $20 + 25 + 15 = 60$. Entonces el porcentaje es

$$\frac{60}{100} = 0.6 = 60\%$$

32	Respuesta correcta: B

1. $\tilde{x} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right) A$ es la fórmula de la mediana para datos agrupados. **(1A)**

2. $\tilde{x}_p = \frac{\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \cdots + \omega_n x_n}{\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega\_n}$ es la fórmula de la media ponderada. **(2C)**

3. $\tilde{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$:es la fórmula de la media para datos agrupados. **(3D)**

4. $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - n\overline{x}}{n-1}$ es la fórmula de la varianza. **(4B)**

Por lo tanto, la respuesta correcta es la que se expresa en el inciso B.

33	Respuesta correcta: C

- A **mayor variabilidad**, mayor dispersión y los datos están más alejados del valor promedio.
- A **menor variabilidad**, menor dispersión y los datos están más cercanos al valor promedio.

De acuerdo con los histogramas, todos los conjuntos tienen 50 datos:

- El grupo 1, tiene el $\left(\frac{47}{50} \cdot 100\% = 94\% \right)$ de los datos en el centro y el resto en los extremos.
- El grupo 2, tiene el $\left(\frac{40}{50} \cdot 100\% = 80\% \right)$ de los datos en el centro y el resto en los extremos.
- El grupo 3, tiene el $\left(\frac{28}{50} \cdot 100\% = 56\% \right)$ de los datos en el centro y el resto en los extremos.
- El grupo 4, tiene el $\left(\frac{44}{50} \cdot 100\% = 88\% \right)$ de los datos en el centro y el resto en los extremos.

Por lo tanto, el grupo 3 tiene mayor variabilidad al tener menor porcentaje de datos en el centro y el grupo 1 tiene menor variabilidad al tener mayor porcentaje de datos en el centro.

34	Respuesta correcta: C

En el ejercicio se distribuyen las regiones del diagrama circular de la siguiente manera:

Basquetbol

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 36 \\ x &\rightarrow \frac{36\cdot 100\%}{360} = 10\% \end{aligned}$$

Futbol

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 108 \\ x &\rightarrow \frac{108\cdot 100\%}{360} = 30\% \end{aligned}$$

Voleibol

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 72 \\ x &\rightarrow \frac{72\cdot 100\%}{360} = 20\% \end{aligned}$$

Tenis

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 72 \\ x &\rightarrow \frac{72\cdot 100\%}{360} = 20\% \end{aligned}$$

Americano

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 36 \\ x &\rightarrow \frac{36\cdot 100\%}{360} = 10\% \end{aligned}$$

Otros

$$\begin{aligned} 100\% &\rightarrow 360 \\ x &\rightarrow 36 \\ x &\rightarrow \frac{36\cdot 100\%}{360} = 10\% \end{aligned}$$

35	Respuesta correcta: D

El promedio de los crecimientos poblacionales es

$$\overline{x} = \frac{2,010+4,010+8,015+2,010+4,010}{5} = \frac{20,000+55}{5}$$

$$\overline{x} = \frac{20,055}{5} = 4011$$

36	Respuesta correcta: B

Se calcula el promedio de cada conjunto de datos:

1) $\bar{x} = \frac{4+4+7+4+7+6+3+4+5+6}{10} = \frac{50}{10} = 5$

2) $\bar{x} = \frac{6+6+9+6+9+8+5+6+7+8}{10} = \frac{70}{10} = 7$

3) $\bar{x} = \frac{7+7+10+7+10+9+6+7+8+9}{10} = \frac{80}{10} = 8$

Por lo tanto, el orden de los conjuntos es 1, 2, 3.

37	Respuesta correcta: B

Al tratarse de velocidad media, se utiliza la media armónica, que se calcula de la siguiente manera:

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{x_i} n_i} = \frac{60+40}{\frac{60}{50}+\frac{40}{70}} \cong 56.45\,\mathrm{km/h}$$

38	Respuesta correcta: C

La media geométrica se calcula de la siguiente manera:

$$G = \sqrt[4]{1 \cdot 16 \cdot 81 \cdot 256}$$

$$G = \sqrt[4]{1 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^8}$$

$$G = \sqrt[4]{2^{12} \cdot 3^4}$$

$$G = 2^3 \cdot 3$$

$$G = 24$$

39	Respuesta correcta: A

Para resolver este ejercicio, se ordena cada uno de los conjuntos. Como todos los conjuntos tienen 15 elementos, la mediana es el dato central se obtiene una vez ordenados.

Así, la mediana para el primer conjunto de datos es 5:

1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	4	4	4	4	5	5	5	5	6	7	7	8	9	9	9

La mediana para el segundo conjunto de datos es 4:

2)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	9	9

La mediana para el tercer conjunto de datos es 6:

3)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	3	3	4	6	6	6	6	6	7	7	7	9	9	9

Finalmente, la mediana para el cuarto conjunto de datos es 7:

4)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	3	4	6	7	7	7	7	7	7	8	8	9	9	9	9

Por lo tanto, la respuesta correcta es 2, 1, 3, 4.

40	Respuesta correcta: C

Los conjuntos de datos 2 y 3 cuentan con exactamente los mismos elementos, por lo que tienen la misma varianza.