**Aprovecha al máximo esta sección de tu Guía de Estudio. Para ello te invitamos a que sigas estos pasos:**

- ✓ Resuelve todos tus ejercicios antes de consultar esta sección.
- ✓ Una vez que hayas concluido, coteja tus resultados con la argumentación de la respuesta correcta que aparece aquí.
- ✓ Solicita apoyo de tus profesores o acude a recursos en línea para comprender conceptos, términos o procedimientos descritos en esta sección que aún no tengas claros.

| Reglas básicas | | |
|---|---|---|
| **Exponentes** | **Radicales** | **Logaritmos** |
| Para cualesquiera números $a$ y $b$, y enteros $m$ y $n$, se cumplen las siguientes propiedades:<br><br>1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$<br>2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$<br>3) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$<br>4) $a^0 = 1$<br>5) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$<br>6) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$<br>7) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ | Para cualesquiera números positivos $a$ y $b$, y enteros positivos $m$ y $n$, se cumplen las siguientes propiedades:<br><br>1) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$<br>2) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$<br>3) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$<br>4) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$<br>5) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ | Definición de logaritmo:<br>Dado un número positivo $a \neq 1$, y un número positivo $b$, el logaritmo de $b$ en la base $a$, $\log_a b$, es el exponente al que debe elevarse la base $a$ para que el resultado de la potencia sea $b$.<br>$x = \log_a b \Leftrightarrow b = a^x$<br><br>Los logaritmos cumplen las siguientes propiedades:<br><br>1) $\log_a 0 = 1$<br>2) $\log_a a = 1$<br>3) $\log_a a^n = n$<br>4) $a^{\log_a n} = n$<br>5) $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$<br>6) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$<br>7) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$<br>8) $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \cdot \log_a x$<br>9) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$<br>10) $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$ |

**Justificación de las respuestas correctas**

**1 Respuesta correcta: B**

La función exponencial $f(x) = a^x$ es siempre positiva para cualquier base $a > 0$, por lo que la gráfica se encuentra siempre por arriba del eje $x$.

La gráfica de la función exponencial $f(x) = a^x$ es creciente si $a > 1$ y decreciente si $0 < a < 1$.

Además

$$f(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Y como $\frac{1}{2}$ es menor a $1$, la gráfica es decreciente y se encuentra por arriba del eje $x$.

**2 Respuesta correcta: D**

De la expresión exponencial

$$10^{2x} = 25$$

Tomando raíz cuadrada

$$10^x = 5$$

Y de la definición de logaritmo

$$x = \log_{10} 5 = \log 5$$

**3 Respuesta correcta: B**

Sustituyendo la primera igualdad en la segunda,

$$15^b = 27$$

$$\left(3^a\right)^b = 27$$

Se usa la regla (7) de exponentes:

$$3^{ab} = 27$$

$$3^{ab} = 3^3$$

Y los exponentes son iguales, por lo tanto

$$ab = 3$$

| 4 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

De la definición de logaritmo natural

$$2 = e^{\ln 2}$$

Luego, elevamos al exponente 5

$$2^5 = \left(e^{\ln 2}\right)^5$$

y, nuevamente, aplicamos la propiedad (7) de exponentes:

$$2^5 = e^{5\ln 2}$$

| 5 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

Partiendo de la igualdad

$$3^{x+1} = 5^x$$

Por definición de logaritmo

$$x+1 = \log_3 5^x$$

Propiedad (7) de logaritmos

$$x+1 = x\log_3 5$$

Y finalmente despejando obtenemos

$$1 = x\log_3 5 - x$$

$$1 = x\left(\log_3 5 - 1\right)$$

$$\frac{1}{\log_3 5 - 1} = x$$

| 6 | Respuesta correcta: A |
|---|---|

Factorizando

$$\log_{49} 28 = \log_{49}\left(7\cdot 4\right)$$

Propiedad (5) de logaritmos

$$\log_{49} 28 = \log_{49} 7 + \log_{49} 4$$

Factorizando

$$\log_{49} 28 = \log_{7^2} 7 + \log_{7^2} 2^2$$

Y aplicando las propiedades (7) y (8)

$$\log_{49} 28 = \frac{1}{2}\log_7 7 + \frac{2}{2}\log_7 2$$

Simplificando y aplicando la regla (2)

$$\log_{47} 28 = \frac{1}{2} + \log_7 2$$

Por lo tanto:

$$\log_{49} 28 = \frac{1}{2} + x$$

**7 Respuesta correcta: A**

De la ecuación

$$x^{\log x} = 10^4$$

Aplicando la definición de logaritmo se tiene

$$4 = \log x^{\log x}$$

Propiedad (7)

$$4 = \log x \cdot \log x$$
$$(\log x)^2 = 4$$

Entonces las soluciones son:

$$\log x = 2 \Rightarrow x = 10^2$$
$$\log x = -2 \Rightarrow x = 10^{-2}$$

Y su producto es:

$$10^2 \cdot 10^{-2} = 10^0 = 1$$

**8 Respuesta correcta: A**

Partiendo de la expresión

$$\frac{\log 1 + \log 2 + \log 3 + \cdots + \log 2024}{\log_\pi 1 + \log_\pi 2 + \log_\pi 3 + \cdots + \log_\pi 2024}$$

Aplicando la propiedad (5) de logaritmos

$$\frac{\log(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2024)}{\log_\pi(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2024)} = \frac{\log 2024!}{\log_\pi 2024!}$$

Y por la propiedad (7) se simplifica como

$$= \frac{\log 2024!}{\frac{\log 2024!}{\log \pi}} = \frac{\log 2024! \cdot \log \pi}{\log 2024!} = \log \pi$$

**9 Respuesta correcta: D**

Las gráficas se intersectan cuando $x = -1$, es decir:

$$f(-1) = g(-1)$$
$$a^{-1+2} + 1 = -3(-1)$$
$$a = 2$$

Entonces:

$$f(x) = 2^{x+2} + 1$$

Y

$$f(a) = f(2) = 2^{2+2} + 1 = 17$$

| 10 | **Respuesta correcta: A** |
|---|---|

Como $l_1$ y $l_2$ son paralelas, se tiene:

$$2\theta + \theta = 180^\circ$$
$$3\theta = 180^\circ$$
$$\theta = 60^\circ$$

Entonces:

$$x + 90^\circ + \theta = 180^\circ$$
$$x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$
$$x = 30^\circ$$

| 11 | **Respuesta correcta: D** |
|---|---|

Los ángulos $\angle APB$, $\angle BPC$ y $\angle CPA$ están en razón $2:3:4$, así que podemos escribir:

$$\angle APB = 2x$$

$$\angle BPC = 3x$$

$$\angle CPA = 4x$$

Además:

$$\angle APB + \angle BPC + \angle CPA = 360^\circ$$

$$2x + 3x + 4x = 360^\circ$$

$$9x = 360^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

Entonces la medida de $\angle APB$ es:

$$\angle APB = 2x = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$$

| 12 | **Respuesta correcta: D** |
|---|---|

Los segmentos correspondientes de las transversales entre rectas paralelas son proporcionales.

En la transversal del centro, el segmento inferior mide 12 unidades, que es el triple de 4, por lo que el segmento superior medirá el triple de 3, es decir:

$$x = 9$$

En la transversal de la derecha, el segmento superior mide 6 unidades, que es el doble de 3, por lo que el segmento inferior medirá el doble de 4, es decir:

$$y = 8$$

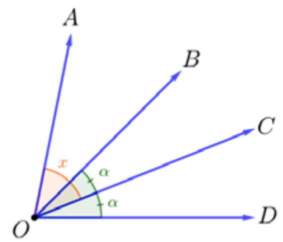
| 13 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

Definimos:

$$x = \angle COA$$

como $OC$ es bisectriz de $\angle DOB$, tenemos

$$\angle DOC = \angle COB = \alpha$$




Luego,

$$\angle DOA = x + \alpha$$
$$\angle BOA = x - \alpha$$

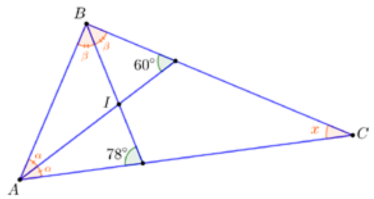
Y como los ángulos $\angle DOA$ y $\angle BOA$ son complementarios:

$$\angle DOA + \angle BOA = 90^\circ$$
$$(x+\alpha)+(x-\alpha) = 90^\circ$$
$$2x = 90^\circ$$
$$x = 45^\circ$$

| 14 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

El incentro $I$ es la intersección de las bisectrices interiores del triángulo, $AI$ y $BI$ son bisectrices, por lo tanto:

$$\angle CAI = \angle IAB = \alpha$$
$$\angle ABI = \angle IBC = \beta$$




Luego,

$$\alpha + 2\beta + 60^\circ = 180^\circ$$
$$2\alpha + \beta + 78^\circ = 180^\circ$$

es decir:

$$\alpha + 2\beta = 120^\circ$$
$$2\alpha + \beta = 102^\circ$$

resolviendo el sistema tenemos $\alpha = 28^\circ$ y $\beta = 46^\circ$

entonces,

$$\angle C = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 56^\circ - 92^\circ = 32^\circ$$

| 15 | Respuesta correcta: D |
|---|---|

En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es igual a $180°$, luego

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$

$$\angle A + 76° + \angle C = 180°$$

$$\angle A + \angle C = 104°$$

por otro lado,

$$\alpha = 180° - \angle A$$

$$\beta = 180° - \angle C$$

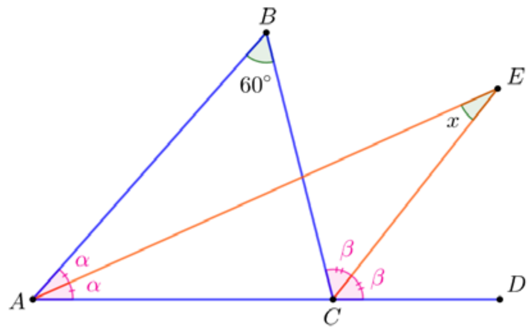
Así que:

$$\alpha + \beta = (180° - \angle A) + (180° \angle C) = 360° - (\angle A + \angle C) = 360° - 104°$$

$$\alpha + \beta = 256°$$

| 16 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

$AE$ y $CE$ son bisectrices, entonces:




$$\angle CAE = \angle EAB = \alpha$$

$$\angle DCE = \angle ECB = \beta$$

Además $\angle DCB$ es exterior a $\Delta ABC$ y $\angle DCE$ es exterior a $\Delta ACE$

$$2\beta = 2\alpha + 60° \Rightarrow 2\beta - 2\alpha = 60° \Rightarrow \beta - \alpha = 30°$$

$$\beta = \alpha + x \Rightarrow x = \beta - \alpha = 30°$$

**17 Respuesta correcta: A**

$\Delta ABC$ es rectángulo en $B$, con $AC = 5$ y $BC = 3$. Empleando el teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$
$$AB = 4$$

Los triángulos $\Delta ABC$ y $\Delta ADE$ son rectángulos y $\angle DAE = \angle BCA$, pues ambos son complementos de $\angle CAB$. Por el criterio $AA$, los triángulos rectángulos $\Delta ABC$ y $\Delta ADE$ son semejantes.

Las hipotenusas tienen la misma longitud $AE = BC = 5$, así que los triángulos rectángulos $\Delta ABC$ y $\Delta ADE$ son congruentes.

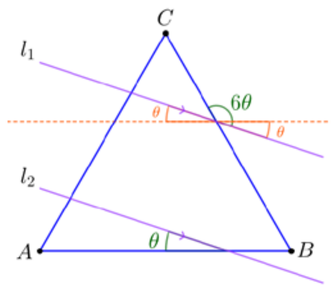
$$AB = ED = 4$$
$$BC = AD = 3$$
$$AC = AE = 5$$

Entonces:

$$DB = AB - AD = 4 - 3 = 1$$

**18 Respuesta correcta: C**

Trazando una horizontal paralela a $AB$ por el vértice del ángulo $6\theta$ se forman ángulos iguales con la horizontal cada uno de los cuales tiene la misma medida que $\theta$




El ángulo exterior a un triángulo equilátero mide 120°, por lo tanto:

$$6\theta = 120° + \theta$$
$$5\theta = 120°$$
$$\theta = 24°$$

**19 Respuesta correcta: D**

La suma de los ángulos interiores de un polígono de $n$ lados es

$$S_i = (n-2)\cdot 180°$$

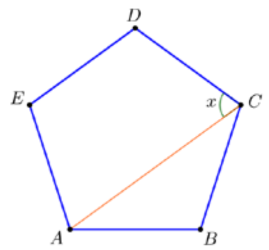
Este polígono tiene 6 lados, por lo que la suma de sus ángulos interiores es

$$\theta + (\theta + x) + (\theta + 2x) + (2\theta + \alpha) + (\theta - \alpha) + (2\theta - 3x) = (6-2)180°$$
$$8\theta = 4\cdot 180°$$
$$\theta = 90°$$

| 20 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

**Solución 1:**

La figura queda de la siguiente manera:




En un pentágono regular cada ángulo interior mide

$$\angle_i = \frac{(n-2)}{n}\cdot 180^\circ = \frac{3}{5}\cdot 180^\circ = 108^\circ$$

El triángulo $\Delta ABC$ es isósceles, entonces,

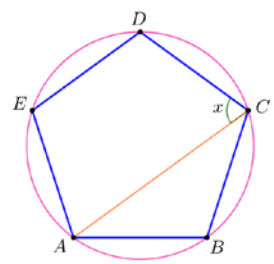
$$\angle BCA = \angle BAC = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

Luego,

$$x = \angle ACD = \angle BCD - \angle BCA = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$$

**Solución 2:**

El pentágono es regular, por lo que se puede inscribir en una circunferencia:




Los puntos $A$, $B$, $C$, $D$, y $E$ dividen a la circunferencia en cinco arcos iguales:

$$AB = BC = CD = DE = EA = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

El ángulo $x = \angle ACD$ es inscrito y delimita el arco $DA = 2\cdot 72^\circ = 144^\circ$, por lo que su medida es

$$x = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$$

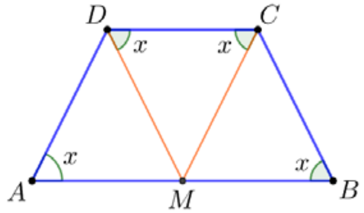
**21** **Respuesta correcta: C**

El trapecio es isósceles, entonces $\angle A = \angle B = x$ y como $AB = 2 \cdot BC$, al trazar los segmentos que van de $C$ y $D$ al punto medio $M$ de $AB$, los cuadriláteros $AMCD$ y $MBCD$ son paralelogramos. Entonces,

$$\angle CDM = \angle MCD = x$$

Y, además,

$$AM = MB = BC = CD = DA = CM = MD$$




Por lo que los triángulos $\Delta AMD$, $\Delta MBC$ y $\Delta CDM$ son equiláteros y

$$x = 60°$$

**22** **Respuesta correcta: C**

**Solución 1:**

Los ángulos interiores de los polígonos regulares de 5 y 6 lados miden

$$\angle_5 = \frac{(5-2)\cdot 180°}{5} = 108°$$

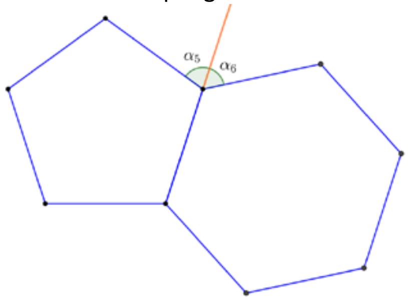
$$\angle_8 = \frac{(6-2)\cdot 180°}{6} = 120°$$

La media del ángulo $\theta$ es

$$\theta = 360° - 108° - 120° = 132°$$

**Solución 2:**

El ángulo buscado es la suma de los ángulos exteriores de los polígonos.




Entonces,

$$\theta = \alpha_5 + \alpha_6 = \frac{360°}{5} + \frac{360°}{6} = 72° + 60° = 132°$$

**23 Respuesta correcta: A**

Los polígonos $ABCD$ y $CDE$ son regulares, así que los ángulos interiores del cuadrado son rectos y los ángulos interiores del triángulo equilátero miden $60°$ cada uno, por lo tanto,

$$\angle ECB = 90° + 60° = 150°$$

Además,

$$AB = BC = CD = DA = CE = DE$$

Luego, el triángulo $\Delta BCE$ es isósceles con

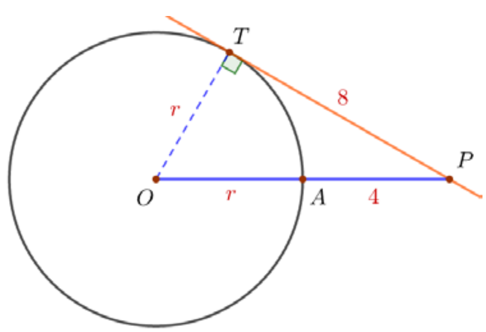
$$\angle EBC = \angle CBE = \frac{180° - 150°}{2} = 15°$$

Finalmente, $\theta$ es un ángulo exterior al triángulo formado por $B$, $C$ y el vértice de $\theta$, así que

$$\theta = \angle CBE + \angle DCB = 15° + 90° = 105°$$

**24 Respuesta correcta: D**

Se traza el radio $OT$, que es perpendicular a la tangente $PT$:




El triángulo $\Delta POT$ es rectángulo en $T$, por lo que aplicando el teorema de Pitágoras tenemos:

$$OT^2 + PT^2 = OP^2$$

$$r^2 + 8^2 = (r+4)^2$$

$$r^2 + 64 = r^2 + 8r + 16$$

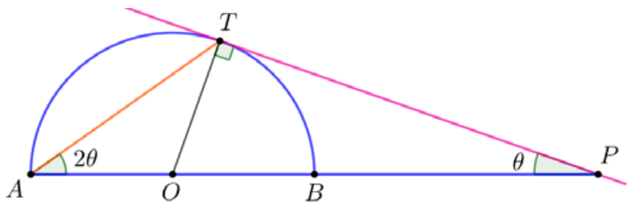
$$48 = 8r$$

$$6 = r$$

| 25 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

**Solución 1:**

Trazando el radio $OT$, tenemos que $\angle OTA = \angle OAT = 2\theta$ pues $AO = OT$ y el triángulo $\Delta AOT$ es isósceles. Además $OT \perp PT$.




El ángulo $\angle BOT$ es exterior a $\Delta AOT$, así que

$$\angle BOT = \angle OAT + \angle OTA = 2\theta + 2\theta = 4\theta$$

Finalmente,

$$\angle P + \angle BOT = 90°$$
$$\theta + 4\theta = 90°$$
$$5\theta = 90°$$
$$\theta = 18°$$

**Solución 2:**

El ángulo $\angle BAT$ es inscrito a la semicircunferencia, así que la medida del arco $BT$ es el doble:

$$BT = 2 \cdot 2\theta = 4\theta$$

El ángulo $\angle P$ es exterior a la semicircunferencia, por lo que su medida es

$$\angle P = \frac{TA - BT}{2} = \frac{(180° - 4\theta) - 4\theta}{2}$$
$$\theta = \frac{180° - 8\theta}{2}$$
$$10\theta = 180°$$
$$\theta = 18°$$

| 26 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

En un cuadrilátero cíclico, los ángulos opuestos son suplementarios, así que

$$\alpha + 35° + 105° = 180°$$

y

$$x + \alpha + 32° = 180°$$

de la primera ecuación

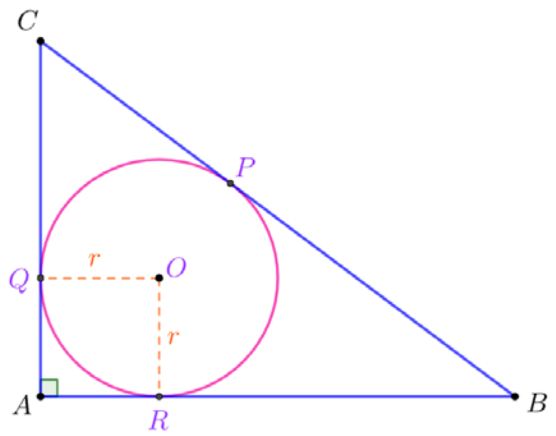
$$\alpha + 35° + 105° = 180°$$
$$\alpha + 140° = 180°$$
$$\alpha = 40°$$

y sustituyendo en la segunda

$$x + \alpha + 32° = 180°$$
$$x + 40° + 32° = 180°$$
$$x + 72° = 180°$$
$$x = 108°$$

| 27 | Respuesta correcta: A |
|---|---|

Se dibuja el triángulo rectángulo $\Delta ABC$ en $A$, la circunferencia inscrita con centro en $O$ y sean $P$, $Q$ y $R$ los puntos de tangencia y llamemos $r$ al radio de la circunferencia.




Usando el teorema de Pitágoras:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 24^2 + 32^2$$
$$BC^2 = 1600$$
$$BC = 40$$

Además, las tangentes tienen la misma longitud:

$$AR = AQ = r$$
$$BR = BP = 32 - r$$
$$CP = CQ = 24 - r$$

Entonces,

$$BC = BP + CP$$
$$40 = (32 - r) + (24 - r)$$
$$40 = 56 - 2r$$
$$2r = 16$$
$$r = 8$$

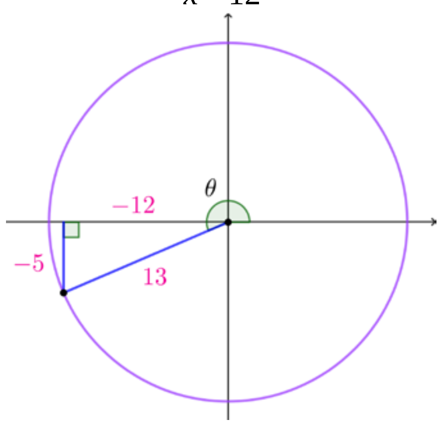
**28** **Respuesta correcta: A**

Como $\csc\theta < 0$ y $\tan\theta > 0$, el ángulo $\theta$ tiene su punto terminal en el tercer cuadrante

$$\csc\theta = -\frac{13}{5} = \frac{r}{y}$$

$$13^2 = 5^2 + x^2$$

$$x = 12$$

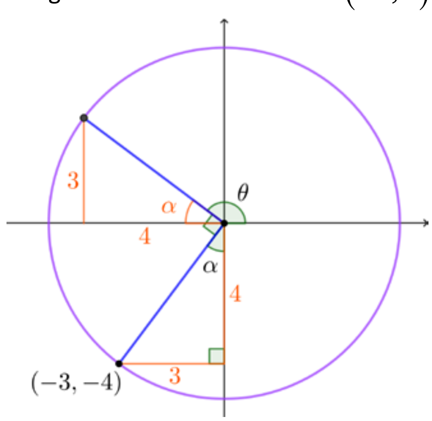



Entonces,

$$4\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}\cos\theta = 4\cdot\frac{-5}{13} + \frac{1}{2}\cdot\frac{-12}{13} = \frac{-20-6}{13} = -\frac{26}{13} = -2$$

**29** **Respuesta correcta: B**

De acuerdo con la figura, el punto terminal del ángulo $\theta$ tiene coordenadas $(-4,3)$,




$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$\alpha$ es un ángulo agudo, entonces

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto,

$$\tan\alpha + \tan\theta = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

| 30 | Respuesta correcta: D |
|---|---|

Las funciones $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, $\sec x$ y $\csc x$ tienen periodo $2\pi$, mientras que $\tan x$ y $\cot x$ tienen periodo $\pi$. Cuando el argumento de la función se multiplica por un factor $a$, su periodo se reduce de manera inversamente proporcional a dicho factor, de esta manera:

- El periodo de la función $\cos\frac{x}{2}$ es $2\cdot 2\pi = 4\pi$
- El periodo de la función $\tan 3x$ es $\frac{1}{3}\cdot\pi = \frac{\pi}{3}$
- El periodo de la función $\cot\frac{x}{2}$ es $2\cdot\pi = 2\pi$
- El periodo de la función $\sec 2x$ es $\frac{1}{2}\cdot 2\pi = \pi$

Por lo que el orden, de menor a mayor periodo es

$$\tan 3x, \sec 2x, \cot\frac{x}{2}, \cos\frac{x}{2}$$

| 31 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

$OP$ y $OS$ son radios de la circunferencia.

$$OP = OS = 1$$

En el triángulo rectángulo $\Delta OPQ$,

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{PQ}{OP} = PQ$$
$$\cos\theta = \frac{OQ}{OP} = OQ$$

En el triángulo rectángulo $\Delta ORS$,

$$\tan\theta = \frac{RS}{OS} = RS$$
$$\sec\theta = \frac{OR}{OS} = OR$$

| 32 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

De la primera igualdad se obtiene

$$\operatorname{sen}\theta - 2\cos\theta = 0$$
$$\operatorname{sen}\theta = 2\cos\theta$$
$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = 2$$
$$\tan\theta = 2$$

Entonces

$$\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1 = 2^2 + 1 = 5$$

| 33 | Respuesta correcta: C |
|---|---|

De la expresión inicial

$$\frac{\cos^2\theta}{1+\operatorname{sen}\theta}-\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{1+\cos\theta}$$

aplicando identidades pitagóricas

$$\frac{1-\operatorname{sen}^2\theta}{1+\operatorname{sen}\theta}-\frac{1-\cos^2\theta}{1+\cos\theta}$$

factorizando diferencias de cuadrados y simplificando

$$\frac{(1+\operatorname{sen}\theta)(1-\operatorname{sen}\theta)}{1+\operatorname{sen}\theta}-\frac{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}{1+\cos\theta}$$

$$(1-\operatorname{sen}\theta)-(1-\cos\theta)$$

$$\cos\theta-\operatorname{sen}\theta$$

| 34 | Respuesta correcta: D |
|---|---|

Si $x_1$ y $x_2$ son las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$, se tiene

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

En este caso,

$$\operatorname{sen}\theta+\cos\theta=-\frac{b}{a}$$

$$\operatorname{sen}\theta\cdot\cos\theta=\frac{c}{a}$$

Entonces,

$$\left(-\frac{b}{a}\right)^2=(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)^2$$

$$\frac{b^2}{a^2}=\operatorname{sen}^2\theta+2\operatorname{sen}\theta\cos\theta+\cos^2\theta$$

$$\frac{b^2}{a^2}=1+2\operatorname{sen}\theta\cos\theta=1+2\cdot\frac{c}{a}$$

$$\frac{b^2}{a^2}=1+\frac{2c}{a}$$

$$b^2=a^2+2ac$$

| 35 | Respuesta correcta: A |
|---|---|

En la identidad

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

sustituimos los valores proporcionados y simplificamos

$$=\frac{2+3}{1-2\cdot 3}=\frac{5}{-5}=-1$$

| 36 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

$$\tan\theta+\cot\theta=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}$$

y usando el teorema de Pitágoras se obtiene

$$a^2+b^2=\left(\sqrt{3ab}\right)^2=3ab$$

Entonces,

$$\tan\theta+\cot\theta=\frac{3ab}{ab}=3$$

| 37 | Respuesta correcta: D |
|---|---|

En el triángulo rectángulo $\Delta ABC$ :

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{BC}{5+3}=\frac{BC}{8}$$

En el triángulo rectángulo $\Delta BCD$ :

$$\tan\beta=\frac{DC}{BC}=\frac{3}{BC}$$

Entonces,

$$\tan\alpha\cdot\tan\beta=\frac{BC}{8}\cdot\frac{3}{BC}=\frac{3}{8}$$

| 38 | Respuesta correcta: A |
|---|---|

En el triángulo $\Delta ABC$ :

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{AC}{AB}=\frac{AC}{24}$$

$$AC=24\operatorname{sen}\theta=24\cdot\frac{3}{8}=9$$

Y por el teorema de la altura:

$$AC^2=AD\cdot AB$$
$$9^2=AD\cdot 24$$
$$AD=\frac{9^2}{24}$$
$$AD=\frac{27}{8}$$

| 39 | Respuesta correcta: B |
|---|---|

Por el teorema de la bisectriz

$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$$

$$\frac{x}{a}=\frac{AB}{AC}$$

Pero en el triángulo rectángulo $\Delta ABC$ ,

$$\sec 2\alpha=\frac{AB}{AC}=\frac{x}{a}$$

$$x=a\sec 2\alpha$$

| 40 | Respuesta correcta: A |
|---|---|

En el triángulo $\Delta CDE$

$$\tan\beta=\frac{CE}{CD}=\frac{a}{CD}$$

$$CD=\frac{a}{\tan\beta}=\frac{5a}{4}$$

Y como $ABCD$ es rectángulo, se tiene

$$AB=CD=\frac{5a}{4}$$

En el triángulo $\Delta ABE$ :

$$\tan\alpha=\frac{AB}{BE}=\frac{\frac{5a}{4}}{3a}=\frac{5}{12}$$