Geometría analítica: Respuestas correctas

Aprovecha al máximo esta sección de tu Guía de Estudio. Para ello te invitamos a que sigas estos pasos:

- ✓ Resuelve todos tus ejercicios antes de consultar esta sección.
- ✓ Una vez que hayas concluido, coteja tus resultados con la argumentación de la respuesta correcta que aparece aquí.
- ✓ Solicita apoyo de tus profesores o acude a recursos en línea para comprender conceptos, términos o procedimientos descritos en esta sección que aún no tengas claros.

Justificación de las respuestas correctas

1 Respuesta correcta: A

Calculamos primero las longitudes de los lados:

$$a = BC = \sqrt{(4-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{5}$$
$$b = AC = \sqrt{(4+2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$c = AB = \sqrt{(2+2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Y para calcular $\cos A$, aplicamos la ley de cosenos:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$\cos A = \frac{45 + 32 - 5}{2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{2}}$$
$$\cos A = \frac{72}{24\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

2 Respuesta correcta: B

Las coordenadas del punto buscado se calculan como:

$$x_p = \frac{x_A + r x_B}{1 + r}$$

$$y_p = \frac{y_A + r y_B}{1 + r}$$

Donde (x_A, y_A) son las coordenadas del punto inicial (x_B, y_B) son las coordenadas del punto final y r es el valor de la razón en que se divide el segmento.

Las coordenadas del punto inicial $A(2,3)$ y del punto final $B(8,-9)$ y el valor de la razón $r = \frac{1}{2}$ se sustituyen en estas expresiones y tenemos:

$$x_p = \frac{x_A + r x_B}{1 + r} = \frac{2 + \frac{1}{2} \cdot 8}{1 + \frac{1}{2}} = 4$$

$$y_p = \frac{y_A + r y_B}{1 + r} = \frac{3 + \frac{1}{2} \cdot (-9)}{1 + \frac{1}{2}} = -1$$

Por lo que las coordenadas del punto P son $(4, -1)$.

3	Respuesta correcta: C

Las coordenadas del baricentro G de un triángulo con vértices $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ y $C(x_3,y_3)$ son

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

Sustituyendo en esta expresión las coordenadas de los vértices tenemos:

$$G\left(\frac{2+3-2}{3},\frac{3-2+5}{3}\right)=G(1,2)$$

4	Respuesta correcta: A

La altura trazada por A debe ser perpendicular al segmento BC, es decir la pendiente de la altura h_A y la pendiente del segmento BC deben cumplir

$$m_{h_A}=-\frac{1}{m_{BC}}$$

La pendiente de BC es

$$m_{BC}=\frac{-1-2}{2+3}=-\frac{3}{5}$$

luego, la pendiente de la altura es

$$m_{h_A}=\frac{5}{3}$$

Entonces, la ecuación de la altura es

$$y-y_A=m(x-x_A)$$
$$y-4=\frac{5}{3}(x-6)$$
$$3y-12=5x-30$$
$$5x-3y-18=0$$

5	Respuesta correcta: D

Utilizando la forma simétrica de la recta

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

La recta pasa por los puntos $A(2,3)$ y $B(6,1)$, entonces sus coordenadas deben satisfacer la ecuación de la recta, por lo tanto,

$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1$$
$$\frac{6}{a}+\frac{1}{b}=1$$

La abscisa buscada es a, entonces eliminando b del sistema de ecuaciones tenemos

$$\left(\frac{2}{a}+\frac{3}{b}\right)-3\left(\frac{6}{a}+\frac{1}{b}\right)=1-3\cdot 1$$
$$-\frac{16}{a}=-2$$

es decir, $a=8$

6 Respuesta correcta: B

Solución 1:

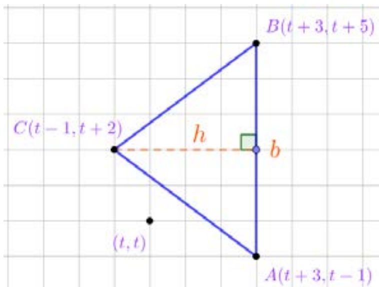
El área se calcula como

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} t+3 & t-1 \\ t+3 & t+5 \\ t-1 & t+2 \end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}[(t+3)(t+5)+(t+3)(t+2)+(t-1)(t-1)-(t-1)(t+3)-(t+5)(t-1)+(t+2)(t+3)]$$
$$=\frac{1}{2}[(t^2+8t+15)+(t^2+5t+6)+(t^2-2t+1)-(t^2+2t-3)-(t^2+4t-5)-(t^2+5t+6)]$$
$$=\frac{1}{2}(24)=12$$

Solución 2:

Tomando como referencia, el punto de coordenadas (t,t), la posición relativa de los puntos queda así:



Tomando como base el lado AB, la base tiene longitud 6 y la altura tiene longitud 4, por lo que el área es

$$\frac{b\cdot h}{2}=\frac{6\cdot 4}{2}=12$$

7 Respuesta correcta: D

Primero debemos determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P_1(3,2)$ y $P_2\left(\frac{7}{2},5\right)$, para ello usamos la ecuación:

$$y-y_1=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)(x-x_1)$$

$$y-2=\left(\frac{5-2}{\frac{7}{2}-3}\right)(x-3)$$
$$y-2=(6)(x-3)$$

$$y-2=6x-18$$
$$y=6x-16$$

Por lo tanto, una recta paralela a esta recta sería

$$y=6x+a,\ \text{con}\ a\neq -16$$

Y de las respuestas posibles, nuestra única opción es

$$y=6x+16,\ \text{ya que}\ a=16\neq -16$$

8 Respuesta correcta: C

La pendiente de la recta que pasa por los puntos $P_1(3,2)$ y $P_2(5,-1)$, se calcula mediante la expresión

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

sustituyendo las coordenadas de los puntos P_1 y P_2

$$m_1 = \frac{-1-2}{5-3} = \frac{-3}{2}$$

Una recta perpendicular a la que pasa por P_1 y P_2 debe cumplir que su pendiente es igual a

$$m = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$$

Las ecuaciones de las rectas en las opciones de respuesta tienen las siguientes pendientes

a) $2y = -3x + 13 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$
b) $2y = 3x - 13 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{13}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$
c) $3y = 2x + 13 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$
d) $3y = 6x + 16 \Rightarrow y = 2x + \frac{16}{3} \Rightarrow m = 2$

De las cuales, solo la opción (b) cumple la condición.

9 Respuesta correcta: A

Para determinar la distancia entre un punto $P(x_1, y_1)$ y una recta $\ell: Ax + By + C = 0$ se emplea el modelo:

$$d(P,\ell) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Dado que las rectas son paralelas, se elige un punto cualquiera de la primera recta dada. Para $x = 0$ se sigue que:

$$-(0) + 3y - 15 = 0$$
$$3y = 15 \Rightarrow y = 5$$

Entonces el punto $P(0,5)$ pertenece a la recta $-x + 3y - 15 = 0$.
Se procede a determinar la distancia del punto $P(0,5)$ a la recta $x - 3y + 3 = 0$:

$$d = \frac{|(1)(0) + (-3)(5) + (3)|}{\sqrt{(1)^2 + (-3)^2}}$$

$$d = \frac{|-15 + 3|}{\sqrt{1+9}}$$

$$d = \frac{12}{\sqrt{10}} = \frac{6}{5}\sqrt{10}$$

Geometría analítica: Respuestas correctas

10 **Respuesta correcta: B**

La ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B es

$$y-5=\frac{1-5}{-2-4}(x-4)$$
$$y-5=\frac{2}{3}(x-4)$$
$$3y-15=2x-8$$
$$2x-3y+7=0$$

El punto donde la recta $x+2y-7=0$ intersecta al segmento AB es el punto de intersección de las rectas, así que, resolviendo el sistema

$$x+2y=7$$
$$2x-3y=-7$$

obtenemos las coordenadas del punto de intersección $P(1,3)$. Entonces la razón buscada es

$$r=\frac{AP}{PB}=\frac{x_P-x_A}{x_b-x_P}=\frac{1-4}{-2-1}=\frac{-3}{-3}=1$$

11 **Respuesta correcta: C**

Si $A(a,0)$ y $B(0,b)$ son las intersecciones de la recta con los ejes x y y respectivamente, entonces

$$(3,4)=\left(\frac{a+0}{2},\frac{0+b}{2}\right)=\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$$

es decir

$$3=\frac{a}{2}\Rightarrow a=6$$
$$4=\frac{b}{2}\Rightarrow b=8$$

Entonces la ecuación de la recta es

$$\frac{x}{6}+\frac{y}{8}=1$$
$$4x+3y=24$$

12 **Respuesta correcta: D**

La intersección de las rectas l_1 y l_2 se obtiene resolviendo el sistema

$$l_1:\ 4x+3y-1=0$$
$$l_2:\ x-y+5=0$$

tomando l_1+3l_2

$$(4x+3y-1)+3(x-y+5)=0$$
$$7x+14=0$$
$$x=-2$$

y tomando l_1-4l_2

$$(4x+3y-1)-4(x-y+5)=0$$
$$7y-21=0$$
$$y=3$$

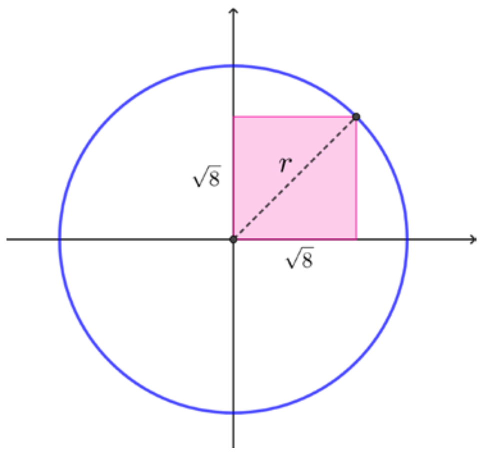
entonces la intersección tiene coordenadas $(-2,3)$.
Para que las rectas sean concurrentes, l_3 debe pasar por este punto, es decir, las coordenadas de la intersección deben satisfacer la ecuación l_3, entonces

$$a(-2)+5(3)-3=0$$
$$-2a+15-3=0$$
$$2a=12\rightarrow a=6$$

Geometría analítica: Respuestas correctas

13 Respuesta correcta: D

El área del cuadrado es igual a 8 unidades cuadradas, entonces cada lado mide $\sqrt{8}$ unidades.



Utilizando el teorema de Pitágoras

$$r^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 = 8 + 8 = 16$$

Además, la circunferencia tiene su centro en el origen $C(0,0)$. Su ecuación queda

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$
$$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 16$$
$$x^2 + y^2 = 16$$

14 Respuesta correcta: C

Para determinar el centro y el radio, debemos expresar la ecuación en su forma ordinaria

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Para ello, debemos completar los trinomios cuadrados perfectos de cada variable

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + y^2 - 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} + \frac{29}{4} = 0$$
$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 9 + \frac{9}{4} - \frac{29}{4}$$
$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{36}{4} + \frac{9}{4} - \frac{29}{4}$$
$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{4} - \frac{29}{4}$$
$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{4} - \frac{29}{4}$$
$$(x-3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{16}{4} = 4 = 2^2$$

Por lo tanto, el centro es $C\left(3, \frac{3}{2}\right)$ y el radio tiene longitud 2.

Geometría analítica: Respuestas correctas

15 Respuesta correcta: A

La circunferencia tiene centro en el eje de las abscisas $C(h,0)$

$$(x-h)^2+y^2=r^2$$

y pasa por los puntos $A(6,-1)$ y $B(4,3)$, entonces

$$(6-h)^2+(-1)^2=r^2$$
$$(4-h)^2+(3)^2=r^2$$

es decir,

$$h^2-12h+37=r^2$$
$$h^2-8h+25=r^2$$

restando las ecuaciones obtenemos

$$-4h+12=0 \Rightarrow h=3$$

y sustituyendo en la primera ecuación

$$r^2=\ (3)^2-12(3)+37=10$$

Entonces la ecuación de la circunferencia es

$$(x-3)^2+y^2=10$$
$$x^2+y^2-6x-1=0$$

16 Respuesta correcta: A

La ecuación de la circunferencia es

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Sustituyendo las coordenadas del centro $C(1,3)$ y el radio $r=\sqrt{3}$

$$(x-1)^2+(y-3)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$$

Desarrollamos los binomios y simplificando

$$x^2-2x+1+y^2-6y+9=3$$
$$x^2+y^2-2x-6y+7=0$$

17 Respuesta correcta: B

Se calcula el radio de la circunferencia, para esto se determina la distancia entre el centro $C(-3,3)$ y el punto $P(1,2)$:

$$r=\sqrt{(-3-1)^2+(3-2)^2}$$
$$r=\sqrt{(-4)^2+(1)^2}$$
$$r=\sqrt{16+1}$$
$$r=\sqrt{17}$$

Dado el centro $C(-3,3)$ y el radio $r=\sqrt{17}$, se obtiene la ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria:

$$(x+3)^2+(y-3)^2=\left(\sqrt{17}\right)^2$$

Y desarrollando:

$$x^2+6x+9+y^2-6y+9=17$$
$$x^2+y^2+6x-6y+9+9-17=0$$
$$x^2+y^2+6x-6y+1=0$$

18 **Respuesta correcta: A**

Si la hay, se obtiene la cuerda común a dos circunferencias eliminando x^2 y y^2 del sistema formado por sus ecuaciones

$$x^2 + y^2 - 16y + 24 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 8x - 24 = 0$$

En este caso, restando las ecuaciones obtenemos

$$(x^2 + y^2 - 16y + 24) - (x^2 + y^2 - 8x - 24) = 0$$
$$8x - 16y + 48 = 0$$
$$x - 2y + 6 = 0$$

19 **Respuesta correcta: A**

Como el ancho focal es vertical, el eje de la parábola es horizontal y el foco se encuentra en el punto medio del ancho focal, esto quiere decir que el foco es el punto $F(0,3)$ y $OP = 4p = 6$.

Solución 1:

Puesto que $p = \frac{3}{2}$, el vértice de la parábola se encuentra a $\frac{3}{2}$ unidades a la izquierda del foco, esto es en $V\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$. Por lo tanto, la ecuación queda

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$
$$(y - 3)^2 = 6\left(x + \frac{3}{2}\right)$$
$$y^2 - 6y + 9 = 6x + 9$$
$$y^2 - 6x - 6y = 0$$

Solución 2:

La parábola es horizontal y tiene su eje en $y = 3$, por lo que el vértice tiene coordenadas $V(h, 3)$, su ecuación tiene la forma

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$
$$(y - 3)^2 = 6(x - h)$$

Y como pasa por el punto $P(0,6)$ se tiene

$$(6 - 3)^2 = 6(0 - h)$$
$$9 = -6h$$
$$-\frac{3}{2} = h$$

Entonces la ecuación de la parábola queda

$$(y - 3)^2 = 6\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

20 **Respuesta correcta: B**

Despejando y de la ecuación de la recta

$$y = x + k$$

y sustituyendo en la ecuación de la parábola

$$(x - 2)^2 = 4(x + k - 2)$$
$$x^2 - 4x + 4 = 4x + 4k - 8$$
$$x^2 - 8x + 12 - 4k = 0$$

Las soluciones de esta ecuación cuadrática, si existen, son las abscisas de los puntos de intersección entre la recta y la parábola. La recta es tangente si las soluciones son iguales, es decir, si el discriminante es nulo.

$$b^2 - 4ac = 0$$
$$(-8)^2 - 4(1)(12 - 4k) = 0$$
$$64 - 48 + 16k = 0$$
$$16 + 16k = 0$$

Entonces $k = -1$.

Geometría analítica: Respuestas correctas

21	Respuesta correcta: C

A. $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ es horizontal y abre hacia la derecha.
Su foco es: $F(h+p,k)$

B. $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ es vertical y abre hacia arriba.
Su foco es: $F(h,k+p)$

C. $(y-k)^2 = -4p(x-h)$ es horizontal y abre hacia la izquierda.
Su foco es: $F(h-p,k)$

D. $(x-h)^2 = -4p(y-k)$ es vertical y abre hacia abajo.
Su foco es: $F(h,k-p)$

Por lo tanto, la respuesta correcta es 1C, 2B, 3A, 4D

22	Respuesta correcta: C

En la ecuación de la parábola con eje de simetría vertical:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

sustituimos las coordenadas del vértice $(3,-2)$ y el punto $(-1,1)$ para determinar el valor de p

$$(-1-3)^2 = 4p\big(1-(-2)\big)$$

$$16 = 12p$$

$$p = \frac{4}{3}$$

$$(x-3)^2 = 4\left(\frac{4}{3}\right)(y+2)$$

$$(x-3)^2 = \frac{16}{3}(y+2)$$

23	Respuesta correcta: B

Las tres parábolas son verticales, su ecuación ordinaria es

$$(x-k)^2 = 4p(y-h)$$

y la longitud del lado recto es

$$lr = |4p|$$

Las formas ordinarias de las parábolas son:

1. $(x-2)^2 = 7y$
2. $(x-2)^2 = 4y$
3. $(x+2)^2 = 5y$

Por lo que sus lados rectos son respectivamente:

1. $lr = 7$
2. $lr = 4$
3. $lr = 5$

Entonces, el orden ascendente es 2, 3, 1

24 Respuesta correcta: B

Pasando la ecuación de la parábola a su forma ordinaria:

$$y^2+4y+4x+2=0$$
$$y^2+4y=-4x-2$$
$$y^2+4y+4=-4x+2$$
$$(y+2)^2=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

Comparando con la ecuación

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$

Observamos que la parábola es horizontal con vértice $V\left(\frac{1}{2},-2\right)$ y $p=-1$, por lo que la directriz es la recta vertical

$$x=h-p=\frac{1}{2}-(-1)$$

$$x=\frac{3}{2}$$
$$2x-3=0$$

25 Respuesta correcta: A

De la ecuación de la elipse

$$a^2=9\Rightarrow a=\sqrt{9}=3$$
$$b^2=4\Rightarrow b=\sqrt{4}=2$$
$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow c=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$$

Y como el centro se ubica en el origen, los focos tienen coordenadas

$$F_1\left(0,\sqrt{5}\right)\qquad F_2\left(0,-\sqrt{5}\right)$$

y la excentricidad es

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

26 Respuesta correcta: A

De la condición dada

$$\frac{2b^2}{a}=a$$
$$b^2=\frac{a^2}{2}$$

Sustituyendo en

$$a^2=b^2+c^2$$
$$a^2=\frac{a^2}{2}+c^2$$
$$\frac{a^2}{2}=c^2$$
$$\frac{1}{2}=\frac{c^2}{a^2}=e^2$$

Por lo tanto,

$$e=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

27	Respuesta correcta: B

A partir de la posición de los vértices se puede deducir que:

- El centro de la elipse es el punto medio del segmento que une los vértices, $C(-1,0)$.
- El eje mayor es la distancia entre los vértices, $2a = 4 \Rightarrow a = 2$.
- La elipse es horizontal, por lo que su ecuación tiene la forma

$$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

y como la elipse pasa por el punto $P\left(0, \frac{3}{2}\right)$, entonces

$$\frac{(0+1)^2}{4} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{4b^2} = 1$$

$$\frac{b^2+9}{4b^2} = 1$$

$$b^2 + 9 = 4b^2$$
$$9 = 3b^2$$
$$3 = b^2$$
$$b = \sqrt{3}$$

Por lo tanto, el eje menor mide $2b = 2\sqrt{3}$ unidades.

28	Respuesta correcta: C

La ecuación de una elipse horizontal centrada en el origen es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

sabemos que

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

y que pasa el punto $(0,4)$. Sustituyendo las coordenadas del punto en la ecuación obtenemos

$$\frac{0^2}{a^2} + \frac{4^2}{b^2} = 1$$
$$b = 4$$

entonces

$$e = \frac{3}{5} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} = \frac{\sqrt{a^2-16}}{a}$$
$$\frac{9}{25} = \frac{a^2-16}{a^2}$$

$$9a^2 = 25a^2 - 400$$
$$16a^2 = 400$$
$$a^2 = 25$$
$$a = 5$$

Finalmente, sustituyendo los valores obtenidos $a = 5$ y $b = 4$ tenemos la ecuación buscada

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

29	Respuesta correcta: B

Reduciendo la ecuación a la forma ordinaria obtenemos

$$9x^2 + 16y^2 - 36x + 32y - 92 = 0$$
$$9(x^2 - 4x) + 16(x^2 + 2x) = 92$$
$$9(x^2 - 4x + 4) + 16(x^2 + 2x + 1) = 92 + 36 + 16$$
$$9(x - 2)^2 + 16(x + 1)^2 = 144$$
$$\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

y el centro de la elipse tiene coordenadas $(2, -1)$

30	Respuesta correcta: A

La ecuación de una elipse horizontal con centro en el origen tiene la forma

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si la elipse es vertical su ecuación tiene la forma

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

En ambos casos, los denominadores deben ser números positivos, entonces la ecuación dada representa una elipse si se cumplen

$$12 - a > 0 \Rightarrow 12 > a$$
$$2 - a > 0 \Rightarrow 2 > a$$

a debe cumplir con ambas desigualdades de manera simultánea, es decir

$$a < 2$$

31	Respuesta correcta: A

Una hipérbola es equilátera si los semiejes tienen la misma longitud, es decir

$$a = b$$

Si una hipérbola es equilátera, entonces

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 + a^2 = c^2$$
$$2a^2 = c^2$$
$$2 = \frac{c^2}{a^2} = e^2$$

por lo tanto

$$e = \sqrt{2}$$

32	Respuesta correcta: A

Completando cuadrados y reduciendo la ecuación a su forma ordinaria

$$x^2 - y^2 - 4x + 6y - 6 = 0$$
$$(x^2 - 4x) - (y^2 - 6y) = 6$$
$$(x^2 - 4x + 4) - (y^2 - 6y + 9) = 6 + 4 - 9$$
$$(x - 2)^2 - (y - 3)^2 = 1$$

y el centro de la hipérbola tiene coordenadas $C(2,3)$

Geometría analítica: Respuestas correctas

33	Respuesta correcta: B

Completando cuadrados y reduciendo la ecuación a su forma ordinaria

$$9x^2 - 16y^2 - 18x - 32y - 151 = 0$$
$$9(x^2 - 2x) - 16(y^2 + 2y) = 151$$
$$9(x^2 - 2x + 1) - 16(y^2 + 2y + 1) = 151 + 9 - 16$$
$$9(x-1)^2 - 16(y+1)^2 = 144$$
$$\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

de esta ecuación se observa que

$$a^2 = 16$$
$$b^2 = 9$$

y la longitud del lado recto es

$$lr = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2}$$

34	Respuesta correcta: C

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos P en el plano que cumplen que la diferencia entre las distancias a dos puntos fijos F_1 y F_2, llamados focos, es constante

$$|PF_1 - PF_2| = k$$

y justamente la constante k es igual al eje $2a$.

$$|PF_1 - PF_2| = k$$

entonces

$$|PQ - PR| = 2a = 2(4) = 8$$

35	Respuesta correcta: A

Reduciendo las ecuaciones a la forma ordinaria

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

En la hipérbola

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$
$$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 5 = 9 \Rightarrow c = 3$$
$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$$

Y en la elipse

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$
$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow c = 2$$
$$e' = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

Entonces

$$e \cdot e' = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$$

36	Respuesta correcta: B

Reduciendo las ecuaciones a su forma ordinaria y calculando el lado recto y la excentricidad:

a)

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{16}=1$$
$$a^2=b^2=16\Rightarrow a=b=4$$
$$c^2=a^2+b^2=16+16=32\Rightarrow c=4\sqrt{2}$$
$$e=\frac{c}{a}=\frac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$$
$$lr=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\cdot 16}{4}=8$$

b)

$$\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{32}=1$$
$$a^2=b^2=32\Rightarrow a=b=4\sqrt{2}$$
$$c^2=a^2+b^2=32+32=64\Rightarrow c=8$$
$$e=\frac{c}{a}=\frac{8}{4\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$
$$lr=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\cdot 32}{4\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$$

c)

$$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{16}=1$$
$$a^2=b^2=16\Rightarrow a=b=4$$
$$c^2=a^2+b^2=16+16=32\Rightarrow c=4\sqrt{2}$$
$$e=\frac{c}{a}=\frac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$$
$$lr=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\cdot 16}{4}=8$$

d)

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{8}=1$$
$$a^2=16\Rightarrow a=4$$
$$b^2=8\Rightarrow b=2\sqrt{2}$$
$$c^2=a^2+b^2=16+8=24\Rightarrow c=2\sqrt{6}$$
$$e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$lr=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\cdot 8}{4}=4$$

En resumen, las hipérbolas tienen los siguientes valores de excentricidad y lado recto:

	a)	b)	c)	d)
e	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$
lr	8	$8\sqrt{2}$	8	4

La única que cumple las condiciones es la opción (b)

37 **Respuesta correcta: C**

Calculando la longitud AB mediante la fórmula para la distancia entre dos puntos

$$AB = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

$$AB = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12}\right)}$$

$$AB = \sqrt{25 + 64 - 80 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$AB = \sqrt{89 - 40} = \sqrt{49} = 7$$

El segmento AB es el lado del cuadrado, entonces su área es

$$S = l^2 = 7^2 = 49$$

38 **Respuesta correcta: B**

Las parametrizaciones corresponden respectivamente a:

- Circunferencia $$x = a\cos(t)\,, \qquad y = a\,\mathrm{sen}(t)$$
- Elipse $$x = a\cos(t)\,, \qquad y = b\,\mathrm{sen}(t)$$
- Hipérbola $$x = a\sec(t)\,, \qquad y = b\tan(t)$$
- Recta $$x = a + bt, \qquad y = a + dt$$

39 **Respuesta correcta: C**

Las ecuaciones paramétricas de la circunferencia con centro en $C(h,k)$ y radio r son

$$\begin{cases} x = h + r\cos(\theta) \\ y = k + r\,\mathrm{sen}(\theta) \end{cases}$$

Para determinar el valor del radio, calculamos la distancia del centro al punto P.

$$r = \sqrt{(4-1)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Finalmente, sustituyendo tenemos

$$\begin{cases} x = 1 + 5\cos(\theta) \\ y = -3 + 5\,\mathrm{sen}(\theta) \end{cases}$$

40	Respuesta correcta: D

Las ecuaciones paramétricas de una recta que pasan por un punto $A(x_0, y_0)$ y que tiene un vector de dirección $\vec{v} = (a, b)$ son:

$$\begin{cases} x = x_0 + a \cdot t \\ y = y_0 + b \cdot t \end{cases}$$

En este caso, de las ecuaciones paramétricas de la recta

$$\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$$

Se observa que:

$$A = (0,1) \text{ y } \vec{v} = (2,-5)$$