Cálculo diferencial: Respuestas correctas

Aprovecha al máximo esta sección de tu Guía de Estudio. Para ello te invitamos a que sigas estos pasos:

- ✓ Resuelve todos tus ejercicios antes de consultar esta sección.
- ✓ Una vez que hayas concluido, coteja tus resultados con la argumentación de la respuesta correcta que aparece aquí.
- ✓ Solicita apoyo de tus profesores o acude a recursos en línea para comprender conceptos, términos o procedimientos descritos en esta sección que aún no tengas claros.

Justificación de las respuestas correctas

1 Respuesta correcta: D

Para que la función esté bien definida se debe cumplir que

$$5 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$$

y que

$$3 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

de manera simultánea, por lo que el dominio corresponde a los números x que cumplen

$$-3 \leq x \leq 5$$

2 Respuesta correcta: B

La función se puede reescribir como

$$f(x) = x^2 + 4x + 12$$
$$f(x) = x^2 + 4x + 4 + 8$$
$$f(x) = (x+2)^2 + 8$$

Además

$$(x+2)^2 \geq 0$$
$$(x+2)^2 + 8 \geq 8$$
$$f(x) \geq 8$$

Entonces, el rango es el intervalo $[8, \infty)$

3 Respuesta correcta: A

La función $\log x$ está definida para los números $x > 0$. Entonces el dominio de $f(x)$ son los números reales para los cuales

$$\frac{1-x}{1+x} > 0$$

Si $x < -1$, entonces $1 - x > 0$, $1 + x < 0$ y $f(x) < 0$

Si $-1 < x < 1$, entonces $1 - x > 0$, $1 + x > 0$ y $f(x) > 0$

Si $x > 1$, entonces $1 - x < 0$, $1 + x < 0$ y $f(x) < 0$

Luego, el dominio de $f(x)$ es el intervalo $(-1,1)$

4	Respuesta correcta: B

Se resuelve

$$g(x) = \frac{f(x)}{f(x) - 16} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-5)(x+3)}$$

La función $g(x)$ no está definida en $x = 5$ y $x = -3$, por lo que su dominio consiste en todos los reales, excepto estos dos números:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-3,5\}$$

5	Respuesta correcta: C

Resolviendo

$$\sqrt[3]{x^3 - 7} < x -$$

$$x^3 - 7 < x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$3x^2 - 3x - 6 < 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$(x-2)(x+1) < 0$$

$x - 2$ es negativo cuando $x < 2$ y positivo cuando $x > 2$

$x + 1$ es negativo cuando $x < -1$ y positivo cuando $x > -1$

El producto del lado izquierdo es positivo cuando los factores tienen signos opuestos, es decir, cuando $x \in (-1,2)$

En este intervalo solo hay dos números enteros: $x = 0$ y $x = 1$

6	Respuesta correcta: A

Se resuelve

$$x^3 + x^2 \leq x + 1$$

$$x^2(x+1) \leq x + 1$$
$$(x^2 - 1)(x+1) \leq 0$$

$$(x+1)(x-1)(x+1) \leq 0$$

$$(x+1)^2(x-1) \leq 0$$

$(x+1)^2$ nunca es negativa, por lo que el producto de la izquierda será negativo solamente cuando $x - 1 < 0$, es decir, $x < 1$, mismo que corresponde a $x \in (-\infty, 1)$. El producto además será igual a 0, cuando $x = 1$ o $x = -1$.

Entonces el conjunto solución es el intervalo $(-\infty, 1]$

Cálculo diferencial: Respuestas correctas

7	Respuesta correcta: D

$$x^2 + \frac{2}{x} < 3$$
$$x^2 + \frac{2}{x} - 3 < 0$$
$$\frac{x^3 - 3x + 2}{x} < 0$$
$$\frac{(x-1)(x^2 + x - 2)}{x} < 0$$
$$\frac{(x-1)(x+2)(x-1)}{x} < 0$$
$$\frac{(x-1)^2(x+2)}{x} < 0$$

$(x-1)^2$ nunca es negativa, por lo que el producto de la izquierda será negativo solamente cuando $x+2$ y x tengan signos opuestos.

$$x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2 < 0$$
$$x + 2 > 0 \wedge x < 0 \Rightarrow -2 < x < 0$$

Entonces el conjunto solución es el intervalo $(-2,0)$.

8	Respuesta correcta: A

Observemos primero que el producto se puede escribir como

$$(x+1)(x-5) = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 9$$

Pero

$$(x-2)^2 \geq 0$$
$$(x^2-2)^2 - 9 \geq -9$$

Entonces $k = -9$

9	Respuesta correcta: B

Realizando la suma de fracciones

$$\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} = \frac{1 + x + x^2 - 3}{1 - x^3}$$

$$= \frac{x^2 + x - 2}{1 - x^3}$$

$$= \frac{(x-1)(x+2)}{(1-x)(x^2 + x + 1)}$$

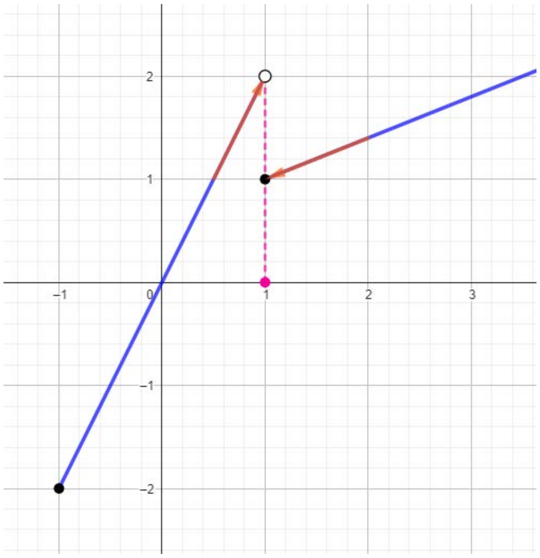
$$= -\frac{x+2}{x^2 + x + 1}$$

Entonces,

$$\lim_{x \to 1}\left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right) = \lim_{x \to 1}\left(-\frac{x+2}{x^2 + x + 1}\right) = -\frac{1+2}{1^2 + 1 + 1} = -1$$

10	Respuesta correcta: D

En la gráfica se observa que en $x = 1$ hay un salto:



También se observa que al aproximarse al valor $x = 1$ por la derecha, los valores de la función se aproximan a 2, mientras que al aproximarse por la derecha el valor de la función se aproxima a 1, es decir, los límites laterales son

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 1$$

Y como estos valores no coinciden, el límite en $x = 1$ no existe.

11	Respuesta correcta: A

Multiplicando y reescribiendo

$$\frac{\operatorname{sen} 7x}{\operatorname{sen} 5x} = \frac{7}{5} \cdot \frac{\operatorname{sen} 7x}{7x} \cdot \frac{5x}{\operatorname{sen} 5x}$$

Aplicando el límite cuando $x \to 0$ y usando el teorema

$$\lim_{u \to 0} \frac{\operatorname{sen} u}{u} = 1$$

se obtiene

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 7x}{\operatorname{sen} 5x} = \frac{7}{5} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 7x}{7x} \cdot \lim_{x \to 0} \left(\frac{\operatorname{sen} 5x}{5x}\right)^{-1} = \frac{7}{5} \cdot 1 \cdot 1^{-1} = \frac{7}{5}$$

12 **Respuesta correcta: C**

Solución 1:

Multiplicando por los conjugados

$$\frac{1-\cos ax}{1-\cos bx}\cdot\frac{1+\cos ax}{1+\cos ax}\cdot\frac{1+\cos bx}{1+\cos bx}=\frac{(1+\cos bx)\operatorname{sen}^2 ax}{(1+\cos ax)\operatorname{sen}^2 bx}$$

y multiplicando por $a^2b^2x^2$, la expresión se puede reescribir como

$$=\frac{1+\cos bx}{1+\cos ax}\cdot\frac{\operatorname{sen}^2 ax}{a^2x^2}\cdot\frac{b^2x^2}{\operatorname{sen}^2 bx}\cdot\frac{a^2}{b^2}$$

$$=\frac{1+\cos bx}{1+\cos ax}\cdot\left(\frac{\operatorname{sen} ax}{ax}\right)^2\cdot\left(\frac{\operatorname{sen} bx}{bx}\right)^{-2}\cdot\frac{a^2}{b^2}$$

Aplicando el límite cuando $x\to 0$ y usando el Teorema

$$\lim_{u\to 0}\frac{\operatorname{sen} u}{u}=1$$

se obtiene

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos ax}{1-\cos bx}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{1+\cos bx}{1+\cos ax}\cdot\left(\frac{\sin ax}{ax}\right)^2\cdot\left(\frac{\sin bx}{bx}\right)^{-2}\cdot\frac{a^2}{b^2}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos bx}{1+\cos ax}\cdot\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin ax}{ax}\right)^2\cdot\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin bx}{bx}\right)^{-2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{a^2}{b^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos bx}{1+\cos ax}\cdot\left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{ax}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} bx}{bx}\right)^{-2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{a^2}{b^2}$$

$$=\frac{1+1}{1+1}\cdot 1^2\cdot 1^{-2}\cdot\frac{a^2}{b^2}=\frac{a^2}{b^2}$$

Solución 2:

Al evaluar en $x=0$ se obtiene una indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$. Utilizando el teorema de L´Hôpital

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos ax}{1-\cos bx}=\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos ax)'}{(1-\cos bx)'}=\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen} ax}{b\operatorname{sen} bx}$$

Se obtiene nuevamente una indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$. Así que aplicando nuevamente el teorema de L'Hôpital

$$\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen} ax}{b\operatorname{sen} bx}=\lim_{x\to 0}\frac{a^2\cos ax}{b^2\cos bx}=\frac{a^2\cos 0}{b^2\cos 0}=\frac{a^2}{b^2}$$

Cálculo diferencial: Respuestas correctas

13	**Respuesta correcta: A**

Recordemos que

$$-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$$

por lo tanto

$$-1 \leq \operatorname{sen}^3 x \leq 1$$
$$-\frac{1}{x^2} \leq \frac{\operatorname{sen}^3 x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2}$$

y como

$$\lim_{x \to \infty} \pm \frac{1}{x^2} = 0$$

tenemos

$$0 \leq \lim_{x \to \infty} \frac{\operatorname{sen}^3 x}{x^2} \leq 0$$

Entonces

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\operatorname{sen}^3 x}{x^2} = 0$$

14	**Respuesta correcta: B**

Simplificando la suma de fracciones

$$\frac{x^3}{x^2+1} - x = \frac{x^3 - x(x^2+1)}{x^2+1} = -\frac{x}{x^2+1}$$

Y calculando el límite

$$\lim_{x \to \infty} \left(-\frac{x}{x^2+1}\right) = \lim_{x \to \infty} \left(-\frac{\frac{1}{x}}{1 + 1/x^2}\right) = -\frac{0}{1+0} = 0$$

15	**Respuesta correcta: B**

Factorizando 5^x

$$(3^x + 5^x)^{1/x} = \left[5^x \left(\frac{3^x}{5^x} + 1\right)\right]^{1/x}$$
$$= 5\left[\left(\frac{3}{5}\right)^x + 1\right]^{1/x}$$

Y cuando $x \to \infty$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x \to 0$$

Por lo tanto

$$\lim_{x \to \infty} (3^x + 5^x)^{\frac{1}{x}} = 5 \cdot \lim_{x \to \infty} \left[\left(\frac{3}{5}\right)^x + 1\right]^{\frac{1}{x}}$$
$$= 5 \cdot 1^0 = 5$$

16	Respuesta correcta: C

Reescribiendo la expresión

$$\left(\frac{x}{1+x}\right)^x = \left(1-\frac{1}{1+x}\right)^{\frac{x(1+x)}{1+x}} = \left[\left(1+\frac{-1}{1+x}\right)^{1+x}\right]^{\frac{x}{1+x}}$$

Y usando el límite

$$\lim_{u\to\infty}\left(1+\frac{a}{u}\right)^u = e^a$$

con $u = 1 + x$ y $a = -1$ se obtiene

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^x = \lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-1}{1+x}\right)^{1+x}\right]^{\frac{x}{1+x}} = (e^{-1})^1 = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

17	Respuesta correcta: D

Para determinar el valor que hace continua a $f(x)$ en $x = 0$, calculamos el límite

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x} + \cos x\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x} + \lim_{x\to 0}\cos x = 1 + 1 = 2$$

Pero para que $f(x)$ sea continua en $\mathbb{R}$ se debe definir

$$f(0) = 2$$

18	Respuesta correcta: C

La función $|x-3|$ es continua en todo $\mathbb{R}$, así que es continua en $x = 3$. Mientras que para revisar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$ se deben calcular los límites laterales:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = |1-3| = 2$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1^2}{4} - \frac{3\cdot 1}{2} + \frac{13}{4} = 2$$

Los límites coinciden, entonces $\lim_{x\to 1} f(x) = 2$ y la función es continua en $x = 1$

19	Respuesta correcta: C

La función $|x-3|$ es continua en todo $\mathbb{R}$. La función $\ln|x-3|$ es continua para todo $x \neq 3$, pero $\ln|3-3| = \ln 0$ no está definida, entonces $x = 3$ es una discontinuidad para $\ln|x-3|$ y para $f(x)$. Finalmente, para la función $f(x)$ no está permitida la división entre cero, por lo que también habrá discontinuidades cuando $\ln|x-3| = 0$.

$$\ln|x-3| = 0$$
$$|x-3| = 1$$

Esto se cumple cuando $x = 4$ o $x = 2$.

Por lo tanto, $f(x)$ tiene tres discontinuidades:

$$x = 2$$
$$x = 3$$
$$x = 4$$

20	Respuesta correcta: D

Si la función es continua en $x = 3$, los límites laterales deben coincidir

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 3(3) + 4 = 13$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = 2(3) + k = 6 + k$$

Entonces

$$6 + k = 13$$
$$k = 7$$

21	Respuesta correcta: D

La derivada de la función $f(x)$ se define como

$$f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta\to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

En particular, la derivada de $f(x)$ en el punto $x = c$ se calcula como

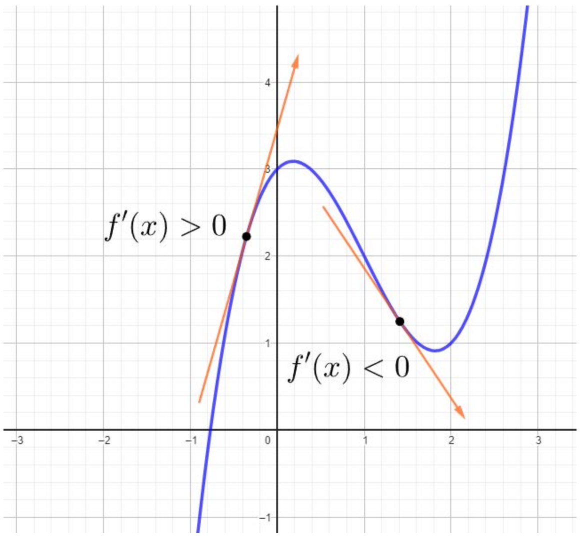
$$f'(c) = \lim_{h\to 0} \frac{f(c+h) - f(x)}{h}$$

Por lo que el orden es el siguiente:

- Evaluar la función en $x = c + h$, es decir, calcular el valor de
$$f(c+h)$$
- Calcular la variación de la función
$$\Delta f = f(c+h) - f(c)$$
- Calcular la razón entre la variación de la función y la variación de la variable
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(c+h) - f(x)}{h}$$
- Finalmente, la derivada es el valor del límite de esta razón cuando $h \to 0$, si este límite existe
$$f'(c) = \lim_{h\to 0} \frac{f(c+h) - f(x)}{h}$$

22	Respuesta correcta: B

La derivada es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en cualquiera de sus puntos donde sea derivable. Si la derivada en un punto de la gráfica es positiva, la recta tangente tiene pendiente positiva y la función es creciente. Por el contrario, una derivada negativa implica que la recta tangente tiene pendiente negativa y, por lo tanto, la función es decreciente.



23	Respuesta correcta: B

La función tiene dominio $(0, \infty)$, pues el logaritmo está definido solamente en los reales positivos.

Calculando la derivada de la función

$$f'(x) = \frac{x\,(\ln x)' - (x)'\ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

La función es creciente en el intervalo donde la derivada es positiva.

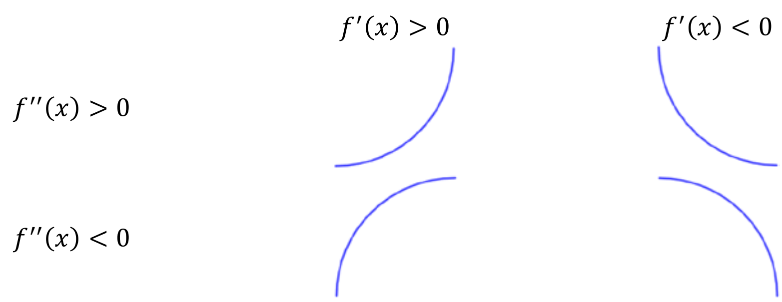
$$\frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$$
$$1 - \ln x > 0$$
$$1 > \ln x$$
$$e > x$$

Por lo tanto, la función es creciente cuando $0 < x < e$

24 **Respuesta correcta: D**

La primera derivada es positiva cuando la función es creciente y negativa, cuando la función es decreciente. En este caso, las gráficas 1 y 4 tienen primera derivada negativa, mientras que las gráficas 2 y 3 son crecientes y tienen derivada positiva.

La segunda derivada es positiva cuando la concavidad de la curva es hacia arriba y negativa, cuando la concavidad es hacia abajo. En este caso las gráficas 1 y 2 tienen concavidad hacia abajo y su segunda derivada es negativa, mientras que las gráficas 3 y 4 tienen concavidad hacia arriba y tienen segunda derivada positiva.



25 **Respuesta correcta: B**

En la gráfica se observa:

- En el punto A, la gráfica tiene un máximo y la recta tangente será horizontal, por lo que la derivada en este punto es igual a cero.
- En el punto B, la gráfica es decreciente, esto corresponde a una derivada negativa.
- En el punto C, la gráfica es creciente, esto corresponde a una derivada positiva.

Por lo tanto, el orden correcto de menor a mayor (negativo, cero, positivo) es B, A, C.

26 **Respuesta correcta: B**

Reescribiendo la función

$$f(x) = \left(\operatorname{sen}\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2$$
$$f(x) = \operatorname{sen}^2\frac{x}{2} + 2\operatorname{sen}\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}$$
$$f(x) = 1 + \operatorname{sen} x$$

Calculando la derivada

$$f'(x) = \cos x$$

Y evaluando en $x = \frac{\pi}{6}$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

27 **Respuesta correcta: A**

Reescribiendo la función

$$f(x) = e^{x\ln 2} + e^{2\ln x} = \left(e^{\ln 2}\right)^x + \left(e^{\ln x}\right)^2 = 2^x + x^2$$

Y calculando la derivada

$$f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + 2x$$

28 **Respuesta correcta: C**

Realizando la división

$$\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = x^2 + x + 1$$

Y calculando la derivada

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - x + 1}\right) = \frac{d}{dx}(x^2 + x + 1) = 2x + 1$$

Por lo tanto $a = 2$, $b = 1$ y

$$a + b = 2 + 1 = 3$$

29 **Respuesta correcta: C**

Calculando la primera derivada

$$f'(x) = x(\ln x)' + (x)'\ln x - (x)' + (10)'$$
$$f'(x) = x \cdot \frac{1}{x} + \ln x - 1$$
$$f'(x) = \ln x$$

Entonces la segunda derivada es

$$f''(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

30 **Respuesta correcta: A**

$$f'(x) = \frac{1}{\sec(ax + b)} \cdot (\sec(ax + b))'$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sec(ax + b)} \cdot \sec(ax + b)\tan(ax + b) \cdot (ax + b)'$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sec(ax + b)} \cdot \sec(ax + b)\tan(ax + b) \cdot a$$
$$f'(x) = a\tan(ax + b)$$

31 **Respuesta correcta: D**

Calculando la derivada

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Entonces,

$$y \cdot y' = \sqrt{x^2 + a^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = x$$

32	Respuesta correcta: C

$$f'(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+9}} \cdot \left(x+\sqrt{x^2+9}\right)'$$
$$f'(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+9}} \cdot \left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right)$$
$$f'(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+9}} \cdot \frac{x+\sqrt{x^2+9}}{\sqrt{x^2+9}}$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+9}}$$

33	Respuesta correcta: D

Usando la regla de la cadena para calcular la derivada

$$\frac{d}{dx} f(\cos x^3) = f'(\cos x^3) \cdot (\cos x^3)'$$
$$= [(\cos x^3)^2 + 5] \cdot (-\operatorname{sen} x^3 \cdot (x^3)')$$
$$= (\cos^2 x^3 + 5)(-\operatorname{sen} x^3 \cdot 3x^2)$$
$$= -3x^2 \operatorname{sen} x^3 \, (\cos^2 x^3 + 5)$$

34	Respuesta correcta: C

Derivando implícitamente respecto a x

$$e^x + e^y y' = e^{x+y}(1+y') = e^{x+y} + e^{x+y}y'$$
$$e^y y' - e^{x+y}y' = e^{x+y} - e^x$$
$$y'(e^y - e^{x+y}) = e^{x+y} - e^x$$
$$y' = \frac{e^{x+y} - e^x}{e^y - e^{x+y}}$$

Y sustituyendo $e^{x+y} = e^x + e^y$

$$y' = \frac{(e^x + e^y) - e^x}{e^y - (e^x + e^y)} = \frac{e^y}{-e^x} = -e^{y-x}$$

35	Respuesta correcta: b

Solución 1:

$$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)'$$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2+1}}} \cdot \left(-\frac{1}{2(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} \cdot 2x\right)$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{1-(x^2+1)}} \cdot \frac{x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$f'(x) = \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

Solución 2:

Reescribiendo la función

$$f(x) = \arccos\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = \arctan x$$

Y derivando

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

36	Respuesta correcta: A

$P(x)$ es un polinomio cúbico

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

Y su derivada es

$$P'(x) = 3x^2 - 6x$$

Igualando a 0, se tiene

$$3x^2 - 6x = 0$$
$$3x(x-2) = 0$$

Por lo que tiene dos puntos críticos: $x = 0$ y $x = 2$

La segunda derivada es

$$P''(x) = 6x - 6$$

Y evaluando

$$P''(0) = -6 < 0$$

$$P''(2) = 6 > 0$$

Por lo tanto, en $x = 0$ hay un máximo local y en $x = 2$ hay un mínimo local.

37	Respuesta correcta: D

Calculando la derivada

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{1}{3}$$

Igualando a cero

$$-\frac{3}{x^2} + \frac{1}{3} = 0$$
$$\frac{1}{3} = \frac{3}{x^2}$$
$$x^2 = 9$$

Entonces $x = 3$ y $x = -3$ son los puntos críticos de la función.
La segunda derivada es

$$f''(x) = \frac{6}{x^3}$$

y evaluando en los puntos críticos

$$f''(-3) = -\frac{2}{9} < 0$$
$$f''(3) = \frac{2}{9} > 0$$

Entonces el mínimo relativo está en $x = 3$.

38	Respuesta correcta: B

Calculando la derivada

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

Igualando a cero

$$\frac{1 - \ln x}{x^2} = 0$$

$$1 - \ln x = 0$$

$$1 = \ln x$$

$$x = e$$

que es el único punto crítico y corresponde al máximo buscado.
El valor máximo se obtiene evaluando en la función

$$f(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$$

39	Respuesta correcta: B

Calculando la derivada

$$f'(x) = 5x^4(1-x)^5 - 5x^5(1-x)^4$$

$$f'(x) = 5x^4(1-x)^4[(1-x) - x]$$

$$f'(x) = 5x^4(1-x)^4(1-2x)$$

Los puntos críticos de la función son $x = 0$, $x = 1$ y $x = \frac{1}{2}$. De ellos, solamente $x = \frac{1}{2}$ se encuentra en el intervalo $(0,1)$ y, por lo tanto, corresponde al máximo buscado.

40	Respuesta correcta: C

Calculando la derivada

$$f'(x) = \frac{(4x^2+9)\cdot 1 - x\cdot(8x)}{(4x^2+9)^2} = \frac{9-4x^2}{(4x^2+9)^2}$$

Igualando a cero

$$\frac{9-4x^2}{(4x^2+9)^2} = 0$$
$$9-4x^2 = 0$$
$$4x^2 = 9$$
$$x^2 = \frac{9}{4}$$
$$x = \pm\frac{3}{2}$$

Entonces, $x = -\frac{3}{2}$ y $x = \frac{3}{2}$ son los puntos críticos. Pero la derivada

$$f'(x) = \frac{(3-2x)(3+2x)}{(4x^2+9)^2}$$

es negativa cuando $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$ y positiva cuando $x < -\frac{3}{2}$ o $x > \frac{3}{2}$.
Entonces $x = -\frac{3}{2}$ corresponde a un mínimo y $x = \frac{3}{2}$ corresponde a un máximo.

Por lo tanto, el valor máximo de la función es

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\frac{3}{2}}{4\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 9} = \frac{\frac{3}{2}}{18} = \frac{1}{12}$$