



UNIDAD 1

Competencia Particular de la unidad:

Emplea las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en situaciones teóricas y reales de su entorno personal, social y/o global

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO:

1. Identifica las funciones exponenciales y logarítmicas en sus diferentes expresiones: verbal, simbólico y gráfico
 2. Aplica los principios de las propiedades fundamentales de funciones exponenciales y logarítmicas en la solución de ecuaciones.
 3. Utiliza las funciones y ecuaciones, exponenciales y logarítmicas en la solución de problemas de su entorno personal, social y global.
-

PAGINAS WEB DE CONSULTA.

- **Funciones Exponenciales y Logarítmicas**
<http://huitoto.udea.edu.co/Matematicas/2.1.html>
- **Funciones Exponenciales y Logarítmicas**
http://www.fisicanet.com.ar/matematica/funciones/ap05_funciones.php
- **Función logarítmica**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funcion_logaritmica/Indice_funcion_log.htm
- **Función exponencial**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funcion_exponencial/Indice_funcion_exponencial.htm

Ejercicios y problemas

1.- Trace la gráfica de las siguientes funciones y determine el dominio y rango de la función:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1) $f(x) = 3^x$ | 1) $f(x) = \ln x + e$ |
| 2) $f(x) = x^2 + 7$ | 2) $f(x) = 2 - \log x$ |
| 3) $f(x) = (1+1/x)^x$ | 3) $f(x) = \ln(4-x)$ |
| 4) $y = 1 + e^{-x}$ | 4) $y = \ln x^2$ |
| 5) $y = 6^{x+2}$ | 5) $y = \log 7^x$ |

2.- Encuentra los valores de los siguientes logaritmos:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) $\log_2 100 =$ | 11) $\log_{13} 0.000095 =$ |
| 2) $\log_3 1000 =$ | 12) $\log_{14} 0.000693 =$ |
| 3) $\log_4 1 =$ | 13) $\ln 7.389056 =$ |
| 4) $\log_5 36.50 =$ | 14) $\log_{15} 845.25 =$ |
| 5) $\log_6 728.69 =$ | 15) $\ln 10000 =$ |
| 6) $\log_7 5000 =$ | 16) $\log_{16} 655.80 =$ |
| 7) $\log_8 0 =$ | 17) $\ln 0.00045 =$ |
| 8) $\log_9 0.9 =$ | 18) $\log_3 243 =$ |
| 9) $\log_{11} 0.08 =$ | 19) $\log_5 625 =$ |
| 10) $\log_{12} 0.00764 =$ | 20) $\log_8 262144 =$ |

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

- | | |
|------------------------------------|---|
| 1) $4^{3x-1} = 8^{x+1}$ | 16) $5^{2x+1} = 25^x \cdot 5^{3x}$ |
| 2) $15^{2x+1} = 10^{5x}$ | 17) $3^x = 9^{x+1} \cdot 27^{-2x}$ |
| 3) $2^{3x+1} = 5^{2x-7}$ | 18) $\ln(x^2 + x) = 1$ |
| 4) | 19) $\log_8 2x + \log_8 10 = 0$ |
| 5) $3^{x^2} = 5^{x+1}$ | 20) $\log_7(3x-1) - \log_7(2x+3) = 2$ |
| 6) $e^{x^2} = 5$ | 21) $\log_8(3x + 1) = 2$ |
| 7) $2^{x^2} \cdot 4 = 8^{3x}$ | 22) $\log(x+15) + \log(x) = 7$ |
| 8) $4^{3x-1} = 8^{x+1}$ | 23) $\log_2(x-2) + \log_2(x-3) = 1$ |
| 9) $15^{2x+1} = 10^{5x}$ | 24) $\ln(x-2) - \ln 2 = \ln(3x+1) + \ln 20$ |
| 10) $2^{3x+1} = 5^{2x-7}$ | 25) $\log_6(2x-3) = \log_6 12 - \log_6 3$ |
| 11) $3^{x^2} = 5^{x+1}$ | 26) $\log_3(x+2) + \log_3(x-6) = 2$ |
| 12) $e^{x^2} = 5$ | 27) $\ln(x^2 - x - 6) - \ln(x+2) = 2$ |
| 13) $2^{x^2} \cdot 4 = 8^{3x}$ | 28) $\log_6(3x-1) - \log_6(2x+3) = 2$ |
| 14) $5^{2x-3} = 7^{3x-4}$ | 29) $\log_8 2x + \log_8 10 = 0$ |
| 15) $2^x = 4^{x-1} \cdot 8^{1-2x}$ | 30) $\ln(x^2 + x) = 1$ |
| | 31) $\log_8(3x + 1) = 2$ |

4.- Resuelve los siguientes problemas:

- Si se invierte \$ 1000.00 al 8% de interés compuesto. ¿Qué cantidad se tiene al final de 5 años? **S=\$1 468.926**
- Encontrar la cantidad total al cabo de 10 años que se obtiene con un capital inicial de \$ 1200.00 al 10% de interés anual. **S=\$3 112.491**
- Después de que un estudiante con un virus gripal regresa a un campo universitario aislado, de 2000 estudiantes, el número **N** de estudiantes infectados después de **t** días se pronostica por la siguiente fórmula.

$$N(t) = 2000 / (1 + 1999 e^{-0.895t})$$

- La población de una cierta ciudad en el año de 1974 es de un millón y crece continuamente a una tasa de 3.5% anual, de acuerdo con la ley del crecimiento natural. Determiné la población aproximada que tendrá en: a) 1987; b) 1991 y; c) 2006.
- una persona compra a crédito un equipo de audio, en \$5,000.00 y se cobra el 18% anual, capitalizable mensualmente. Si no hace ningún pago durante 6 meses. ¿Cuánto es lo que debe?
- Las bacterias de un cultivo se multiplican por 5 cada 2 horas. Si se inicia con 800 bacterias a las 8 de la mañana, el número de bacterias esta dado por:

$$f(t) = 800(5^{t/2})$$

Si "t" es el tiempo en horas. Calcule el número de bacterias en el cultivo las: a) 10 hrs. ; b) 11 hrs. y c) 13 hrs.

- En una ciudad de 50 000 habitantes, una persona inventa un chisme y lo comunica a tres personas en un cuarto de hora, cada una de éstas personas hace lo mismo en el siguiente cuarto de hora y lo mismo ocurre con cada una de las que se van enterando. ¿En cuánto tiempo se habrá enterado toda la ciudad?

- h) Un profesor de matemáticas pide un préstamo de \$10 000.00 al 9% de interés anual en la academia y ofrece pagarlos en 5 años, 3 de sus compañeros le ofrecen prestárselos con las siguientes condiciones de pago:
- El profesor Hugo pide que el interés sea capitalizable anualmente.
 - El profesor Gabriel pide que el interés sea capitalizable semestralmente.
 - El profesor Pedro pide que el interés sea capitalizable continuamente.
 - ¿Cuál de las tres formas de pago es la mejor?
 - ¿Quién no era tan “compañero” del profesor que pidió el préstamo?
- i) Los materiales translúcidos atenúan la intensidad de la luz que los atraviesa. Una hoja de un milímetro de espesor de un determinado plástico translúcido reduce la intensidad de la luz en 15%. ¿Cuántas hojas de este plástico translúcido se necesitan para reducir la intensidad de la luz hasta el 25% de su valor original? **S=8.53**
- j) Una sola bacteria del cólera se divide cada media hora para producir dos bacterias completas. Si se empieza con una colonia de 5 000 bacterias, al cabo de t horas se tendrá **A = 5000 (2^t)** bacterias. ¿Cuánto tiempo se necesitará para que **A** sea igual 1 000 000? **S=3^h 49^m 19^{seg}**
- k) Una persona compra a crédito un equipo de audio, en \$5,00.00 y se cobra el 18% anual, capitalizable mensualmente. Si no hace ningún pago durante 6 meses ¿Cuánto es lo que debe?
- l) Las bacterias de un cultivo se multiplican por 5 cada 2 horas. Si se inicia con 800 bacterias a las 8 de la mañana, el número de bacterias esta dado por:

$$f(t)=800(5^{t/2})$$

Donde “t” es el tiempo en horas. Calcule el número de bacterias en el cultivo a las 10 y 11 de la mañana y 1 de la tarde.

UNIDAD 2

Competencia Particular de la unidad:

Utiliza el método axiomático deductivo-inductivo para establecer un lenguaje formal

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO:

1. Identifica los conceptos básicos de la geometría euclidiana y el método axiomático deductivo para establecer un lenguaje formal.
 2. Analiza comparativamente las diferentes figuras geométricas y sus propiedades en su entorno académico y social.
 3. Utiliza el método axiomático deductivo y las propiedades de las figuras geométricas para solucionar problemas en su entorno académico y social.
-

PAGINAS WEB DE CONSULTA.

- **Geometría**
<http://es.wikipedia.org/wiki/Geometr%C3%ADa>
- **Tutorial de geometría elemental.**
<http://www.angelfire.com/ar/geom/>
- **La medida**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/magnitudymedida/index.html
- **Geometría con regla y compás**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/con_regla_y_compas/00_index.htm
- **Triángulos**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Triangulos/index_tri.htm
- **Introducción a los ángulos**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/introducanangulos/index.htm
- **Polígonos regulares y círculos**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Poligonos_regulares_y_circulos/index_Policir.htm
- **Los cuadriláteros: definición y clasificación. Cálculo de áreas y perímetros.**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Los_cuadrilateros_fmi/index.htm
- **Áreas de figuras planas**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/areas/index.htm
- **Actividades sobre el teorema de Thales**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/ac_thales/index.htm
- **Triángulos semejantes**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Triangulos_semejantes/index.htm
- **Semejanza**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Semejanza_aplicaciones/index.htm
- **Áreas de regiones sombreadas**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/areas_regiones_sombreadas/areas_intro.htm
- **El Teorema de Pitágoras**

EJERCICIOS DE LA UNIDAD.

1. Resuelve el siguiente crucigrama:

HORIZONTALES	VERTICALES
1.- Estudia las propiedades intrínsecas de las figuras.	1.- Limite que separa a los cuerpos del espacio que los rodea.
2.- Proposición cuya verdad se admite sin demostración.	2.- Conjunto de puntos que posee longitud pero carece de anchura y de espesor.
3.- Conjunto de puntos comprendidos entre A y B más estos dos puntos.	3.- Proposición que puede ser demostrada.
4.- Es un razonamiento que establece, de modo absolutamente convincente, una verdad.	4.- Proposición tan sencilla y evidente que se admite sin demostración.
5.- Formado por tres puntos no alineados y sólo uno, su extensión es ilimitada.	5.- Abertura formada por dos semirrectas que tienen el mismo origen.

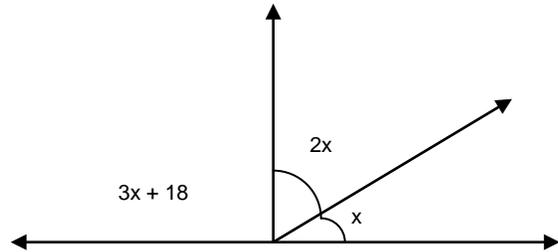
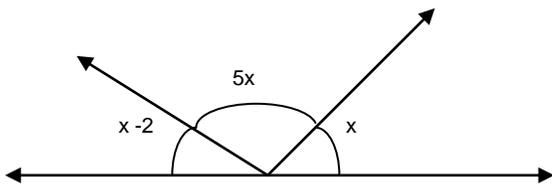
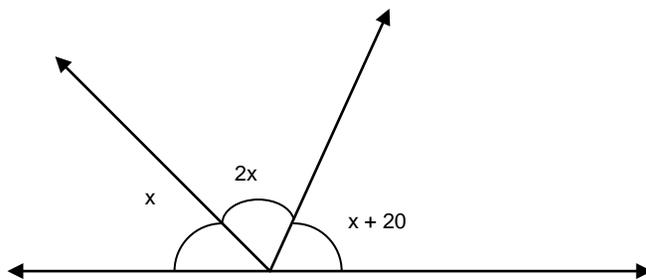
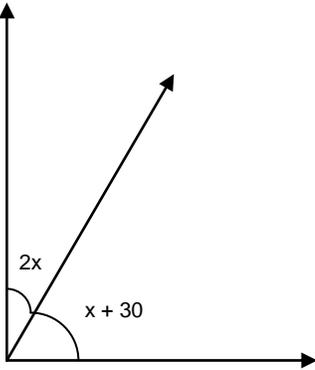
		1				2	3		4		5	
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											

2. Relaciona ambas columnas:

1. Estudia las propiedades intrínsecas de las figuras.	()	SEGMENTO
2. Proposición cuya verdad se admite sin demostración.	()	PLANO
3. Conjunto de puntos comprendidos entre A y B más estos dos puntos.	()	TEOREMA
4. Es un razonamiento que establece, de modo absolutamente convincente, una verdad.	()	COROLARIO
5. Formado por tres puntos no alineados y sólo uno, su extensión es ilimitada.	()	GEOMETRIA
6. Limite que separa a los cuerpos del espacio que los rodea.	()	AXIOMA
7. Conjunto de puntos que posee longitud pero carece de anchura y de espesor.	()	RECTAS PARALELAS

8. Proposición que puede ser demostrada.	()	RECTAS PERPENDICULARES
9. Proposición tan sencilla y evidente que se admite sin demostración.	()	ESCOLIO
10. Abertura formada por dos semirrectas que tienen el mismo origen.	()	DEMOSTRACIÓN
11. Declaración que se puede demostrar fácilmente a partir de un teorema mayor, de manera que no sea necesario demostrarla como un teorema por separado.	()	POSTULADO
12. Proposición que sirve de base a la demostración de un teorema. Es como un teorema preliminar a otro.	()	ÁNGULO
13. Observación que se hace sobre un teorema previamente demostrado.	()	SUPERFICIE
14. Rectas sin punto común, por lo que jamás se cortan, en el mismo plano.	()	LINEA
15. Rectas que se cortan en un punto en común formando un ángulo de 90° ..		LEMA

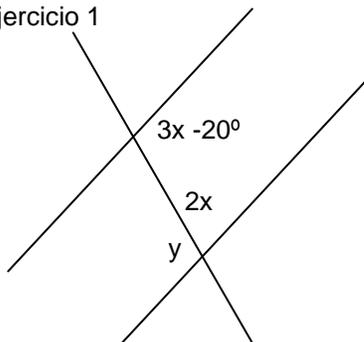
3. Encontrar el valor de los ángulos de las siguientes figuras:



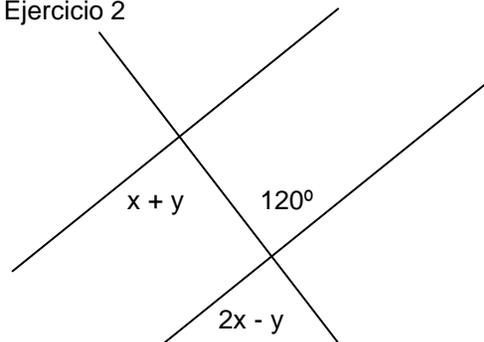
4. Rectas paralelas cortadas por una transversal.

Calcular los valores de x e y en cada caso y fundamentar las relaciones establecidas

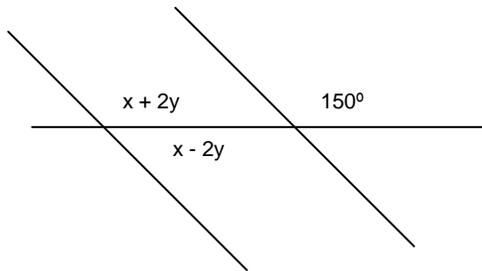
Ejercicio 1



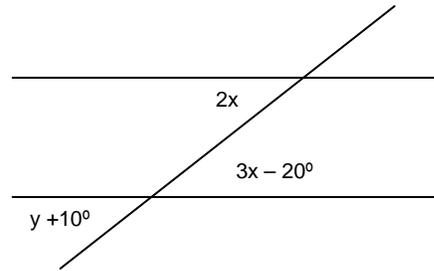
Ejercicio 2



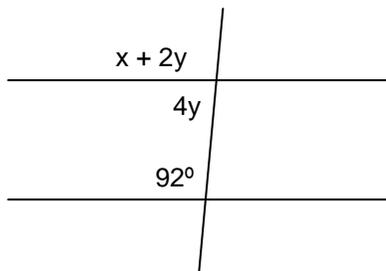
Ejercicio 3



Ejercicio 4



Ejercicio 5

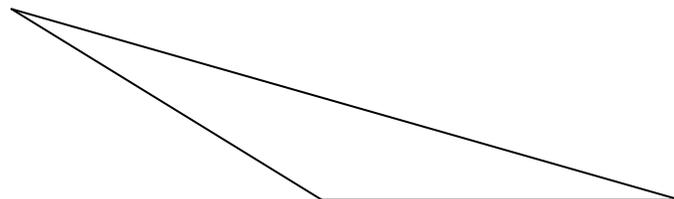
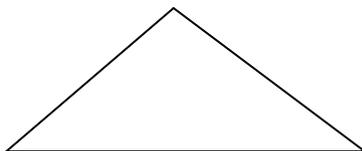


5. LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES DE LOS TRIÁNGULOS

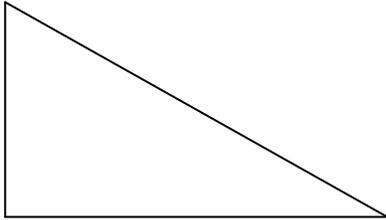
- 1.- Traza un triángulo isósceles y en él ubica el incentro.
- 2.- Traza un triángulo escaleno y en él ubica el circuncentro.
- 3.- Traza un triángulo rectángulo y en él ubica el baricentro.
- 4.- Traza un triángulo acutángulo y en él ubica el ortocentro.
- 5.- En los siguientes triángulos, traza lo que se te indica.

a) Las medianas

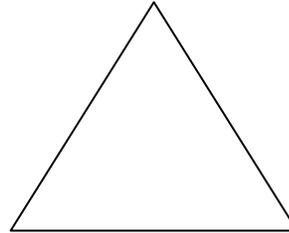
b) Las mediatrices



c) Las bisectrices

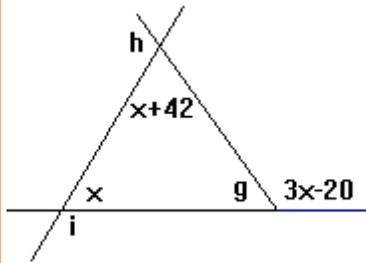
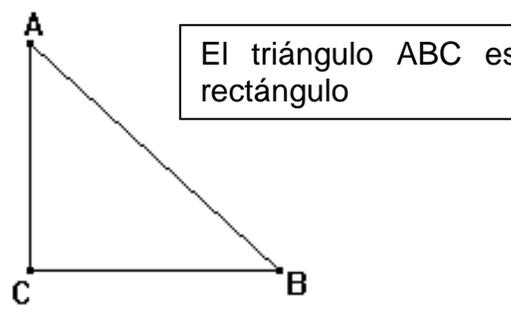


d) Las alturas



6. Resolver aplicando los teoremas de los triángulos.

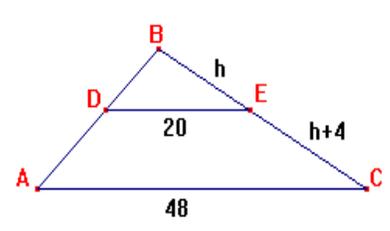
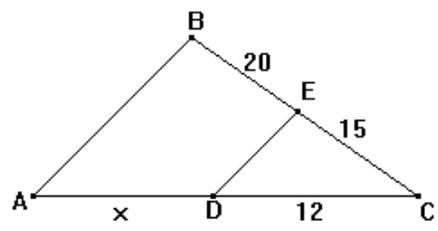
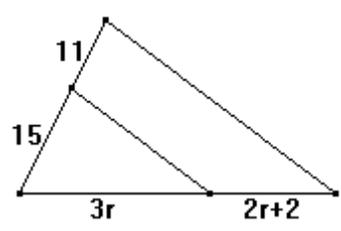
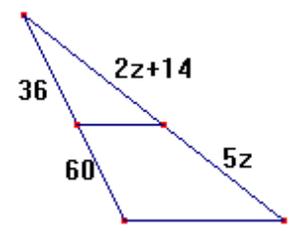
<p style="text-align: center;">l1 paralela a l2</p> <p> $\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle y = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>	<p> $\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle z = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>
<p> $\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle y = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">l1 // l2</div> <p> $\angle a = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle c = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle s = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle m = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>

 <p> $\angle g = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle h = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle i = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>	 <p> $\angle CAB = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle CBA = \underline{\hspace{2cm}}$ </p>
---	--

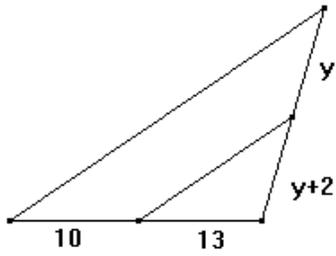
PROBLEMAS:

- Si uno de los ángulos de un triángulo rectángulo es el doble del otro. ¿Cuánto miden dichos ángulos?
- Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es el doble del otro menos 15. ¿Cuánto mide cada ángulo?

7. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS.

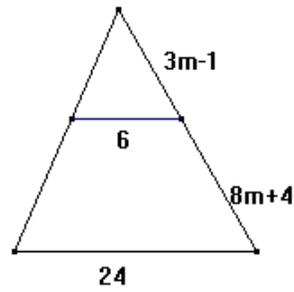
<p>1.</p>  <p>h = <u> </u></p>	<p>2.</p>  <p>x = <u> </u></p>
<p>3.</p>  <p>r = <u> </u></p>	<p>4.</p>  <p>z = <u> </u></p>

5.



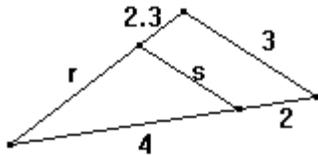
$y = \underline{\hspace{2cm}}$

6.



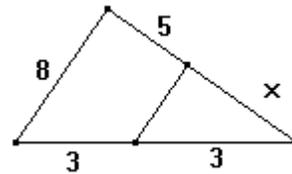
$m = \underline{\hspace{2cm}}$

7.



$r = \underline{\hspace{1cm}}$ $s = \underline{\hspace{1cm}}$

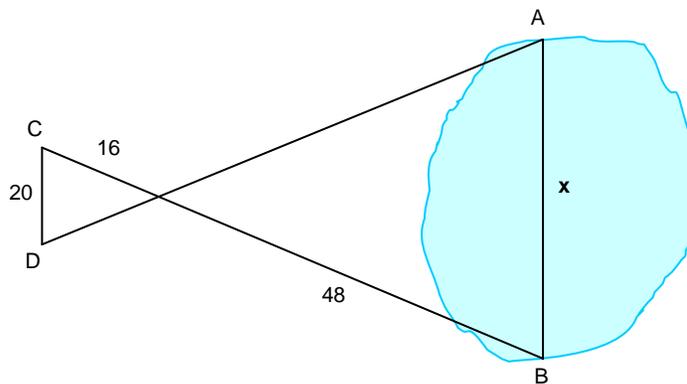
8.



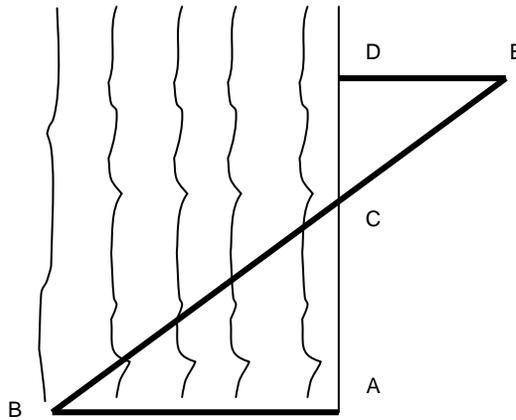
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

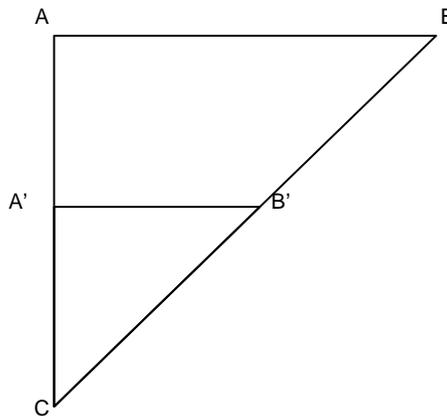
9. Si la sombra de un árbol mide 5 m. y al mismo tiempo un poste de 4 m. proyecta una sombra de 2 m. Calcula la altura del árbol, si este forma un ángulo recto con el piso.
10. Tenemos una fuente luminosa, colocamos una distancia de 5 m. un objeto de 1.5 m. de altura. ¿De que tamaño proyecta su imagen en una pantalla colocada a 20 m. de distancia.
11. Dos águilas asechan a un conejo en su madriguera, paradas en dos arboles que se encuentran a una distancia de 25 m. uno del otro. El árbol de la primera águila mide 15 m. de altura y de la segunda 9 m. al salir el conejo a tomar el sol, las dos águilas se lanzaron sobre el capturándolo al mismo tiempo. ¿A que distancia estaba el conejo de ambas águilas?
12. Encontrar la longitud del lago.



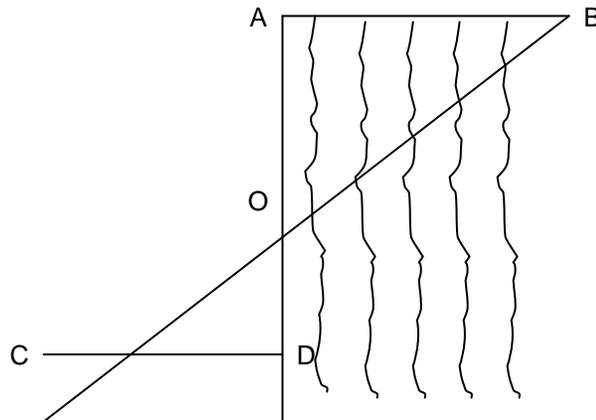
13. Para encontrar la anchura AB de un río se construyeron dos triángulos semejantes como se muestra en la figura. Midiendo se encontró que: $AC = 17$ m. $CD = 5$ m $DE = 20$ m. ¿Cuál es la anchura del río?



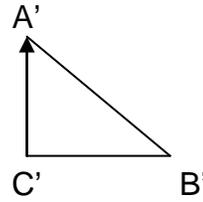
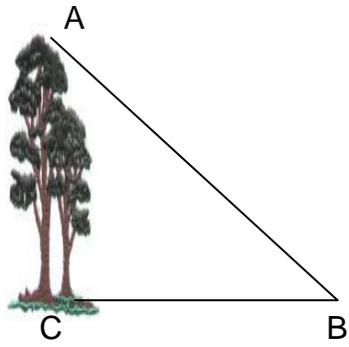
14. Para medir lo largo de un lago se construyeron los siguientes triángulos semejantes en los cuales se tiene que: $AC = 215$ m, $A'C = 50$ m. $A'B' = 112$ m. ¿Cuál es la longitud del río?



15. Para medir la anchura de un río se forman los siguientes triángulos en los que: $AO = 32$ m, $CD = 30$ m, $OD = 6$ m, encontrar AB.



16. Un árbol proyecta una sombra de 5 m. A la misma hora en que un poste de 2 m de altura, muy pronto al árbol, proyecta una sombra de $\frac{2}{3}$ m. Hallar la altura "h" del árbol, si tanto este como el poste son perpendiculares al terreno.



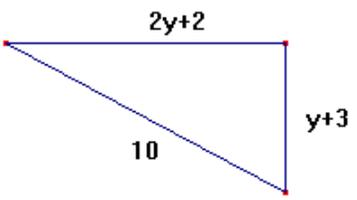
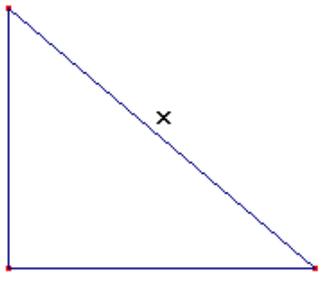
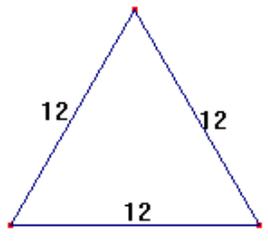
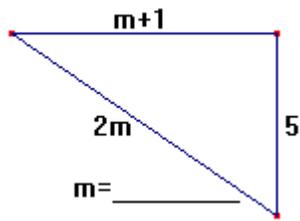
17. Un árbol vertical de 14 m de altura próximo a una torre proyecta una sombra de 24 m, a la misma hora.

Hallar:

- La altura de la torre si su sombra arrojada es de 48 m.
- La sombra que arroja la torre, si su altura es de 70 m.

8. TEOREMA DE PITÁGORAS.

<p>a)</p> <p>El triángulo es isósceles</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>b)</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>c)</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>d)</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>e)</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>f)</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

<p>g)</p>  <p>$y = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>h)</p>  <p>Triángulo isósceles 9 $x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>i)</p>  <p>Altura = $\underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>j)</p>  <p>$m = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

Resuelve los siguientes problemas:

- k) Calcula la altura de un triángulo isósceles, si su base mide 60cm y cada uno de los lados iguales 50cm.
- l) Calcula la altura de un triángulo equilátero que mide 10m por lado.
- m) ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado de 5m por lado?
- n) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 8m?
- o) ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo de 28m de largo 21m de ancho?
- p) ¿A que altura llega una escalera de 10m de largo en un muro vertical si su pie está a 3m del muro?
- q) Si el lado de un hexágono regular mide 16 cm ¿Cuánto mide su apotema?
- r) Un terreno rectangular de 4000m de largo por 3000m de ancho tiene en media una colina que no permite una medición directa ¿Cuál es la longitud de su diagonal?
- s) Para sostener la torre de la antena de una estación de radio de 72m de altura se desea poner tirantes de 120m para darle mayor estabilidad ¿A que distancia del pie de la torre deben fijarse los tirantes para que queden completamente tensos y sujetados desde la parte más alta de la torre?
- t) Las tres bases a que se sujetan los cables que sirven para la estabilidad de un poste están situadas a 36m del pie del poste. Calcular la longitud de los cables, si el poste tiene una altura de 48m.
- u) Se tiene un terreno en forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 300 m y 800 m ¿Qué cantidad de alambre es necesario para cercarlos?
- v)
- w) Se cuenta con una escalera de 25 m y se desea subir al extremo de una torre de 10 m de altura. ¿A que distancia se necesita colocar la base de la escalera para que el otro extremo coincida con la punta de la torre?

- x) Calcular la altura de un triángulo isósceles si su base mide 60 cm. y cada uno de sus lados miden 50 cm.
- y) Calcular la altura de un triángulo equilátero de 10 m de lado.
- z) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 8 m.?
- aa) ¿A que altura llega una escalera de 10 m. de largo, en un muro vertical, si su pie esta a 3 m. del muro?
- bb) ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado de 5 m. de lado?
- cc) Si el lado de un hexágono regular mide 16 cm. ¿Cuánto mide su apotema?
- dd) Una persona camina 7 Km. hacia el sur, 3 Km. hacia el oeste, 2 Km. hacia el sur de 6 Km. hacia el oeste.
- ee) La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 10 cm. ¿Hallar la longitud de los catetos?
- ff) En un triángulo rectángulo la hipotenusa es igual a "m" y la mediana de una de los ángulos agudos es $\frac{m\sqrt{3}}{3}$ igual a $\frac{m\sqrt{3}}{3}$ Hallar los catetos.
- gg) En un triángulo rectángulo "m" y "n" representan la longitud de las medianas trazadas a los catetos. Obtener la longitud de éstos y la hipotenusa en función de "m" y "n".

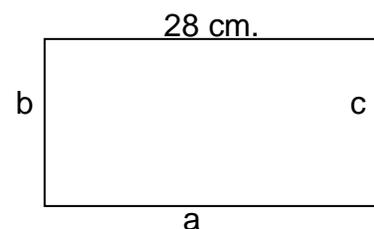
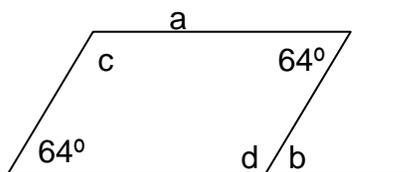
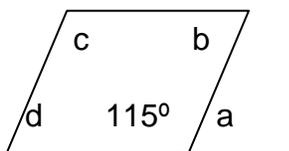
9. POLIGONOS

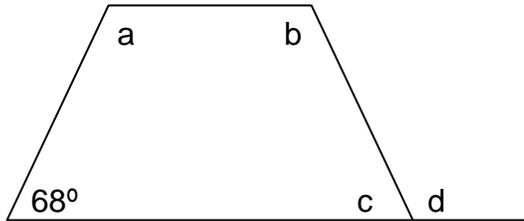
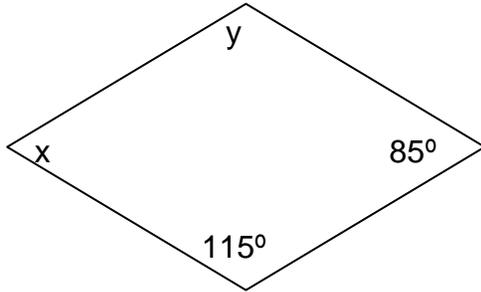
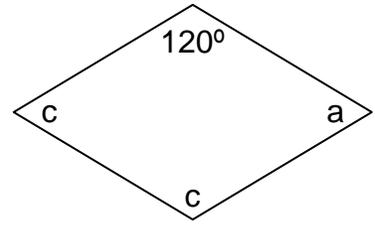
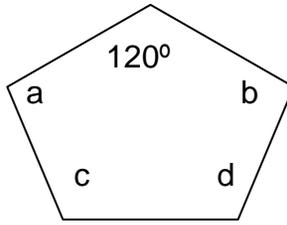
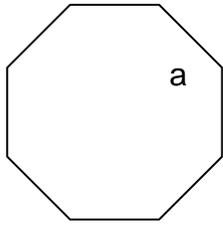
- 1) Calcular la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono, usando la formula:
- De un trapecio.
 - De un rombo.
 - De un polígono de 13 lados.
 - De un polígono de 11 lados.
 - De un dodecágono.
 - De un polígono de 15 lados.

2) Completa la siguiente tabla:

Polígonos	n de lados	Triángulos	Suma de los ángulos interior del polígono.
Cuadrilátero	4	2	$S = (4-2)180^\circ = (2) 180^\circ = 360^\circ$
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octágono			
Nonágono			
Decágono			
Dodecágono			

3) Encuentra el valor de los lados y ángulos desconocidos:





4) Calcular la medida de un ángulo interior de los siguientes polígonos.

- Hexágono
- Octágono
- Dodecágono
- Polígono de 20 lados.
- Polígono de 18 lados.
- Polígono de 42 lados.

5) Calcular la suma de los ángulos interiores de los siguientes polígonos:

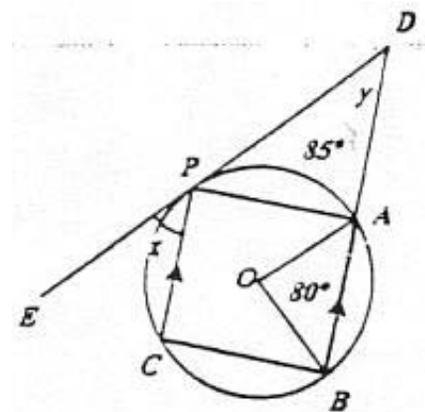
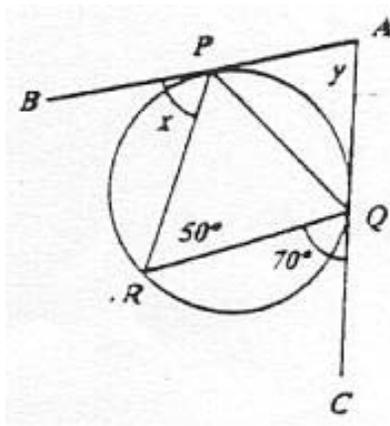
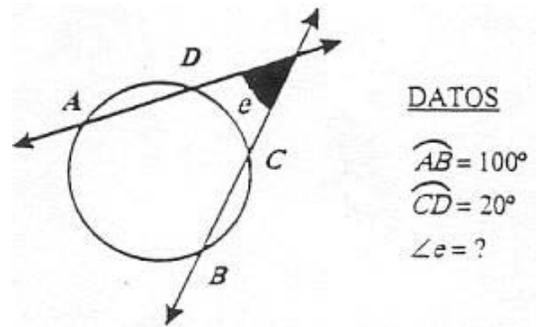
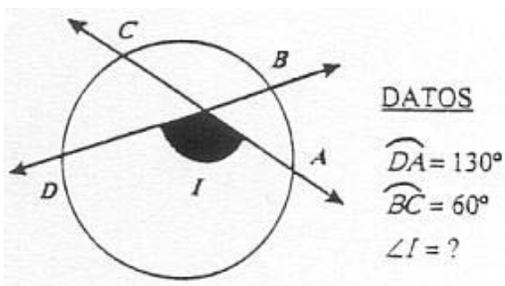
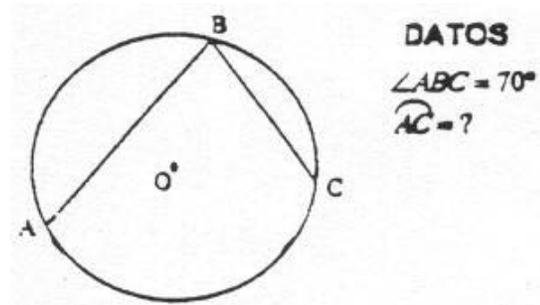
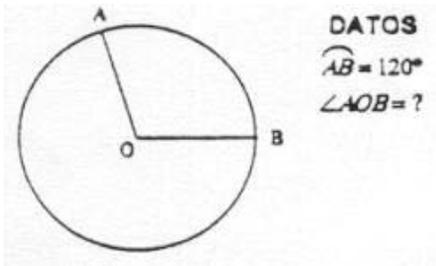
- Un pentágono
- Un decágono
- Un pentadecágono
- Un octágono
- Tridecágono
- Un polígono de 37 lados.

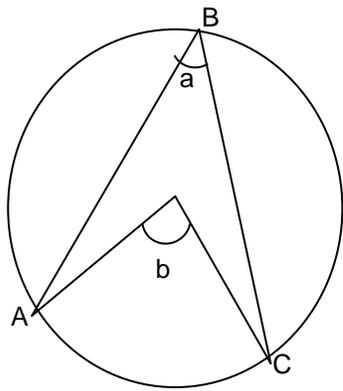
De acuerdo a las propiedades de los polígonos contesta las siguientes preguntas.

- Si la suma de los ángulos interiores de un polígono regular es de 1260° ¿Cuál es el polígono?
- ¿Cuál es el polígono regular cuyo ángulo interior es de 135° ?
- ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un icoságono?
- Determina el número total de diagonales que pueden trazarse en un endecágono regular.
- ¿Cuál es el polígono en el que pueden trazarse 20 diagonales en total?
- ¿Cuánto vale cada ángulo interior de un pentadecágono?
- ¿Cuánto suman los ángulos externos de un decágono regular?
- ¿Cuál es el polígono que tiene 12 diagonales más que lados?
- ¿Qué polígono tiene el doble número de diagonales que de lados?
- ¿Qué polígono 25 diagonales más que lados?

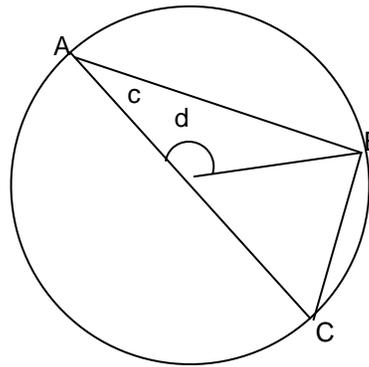
10. CIRCUNFERENCIA

En cada una de las siguientes figuras, calcula el valor que se indica de acuerdo con los datos proporcionados:

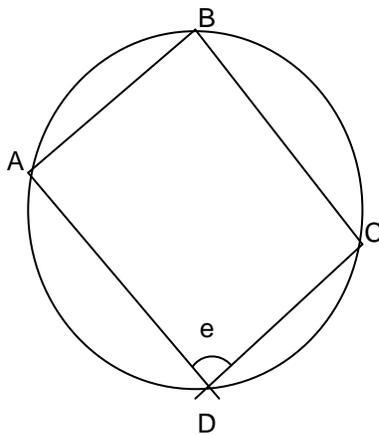




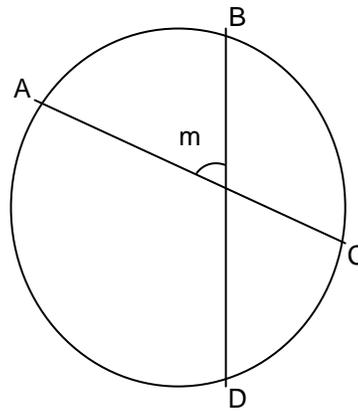
$\angle b = 48^\circ$
 $\angle a =$



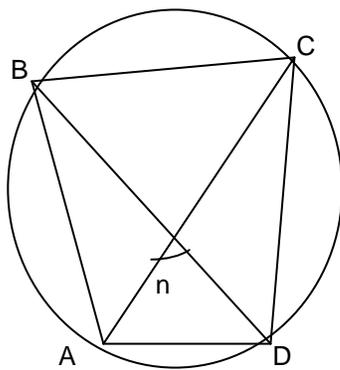
$\angle d = 120^\circ$
 $\angle c =$



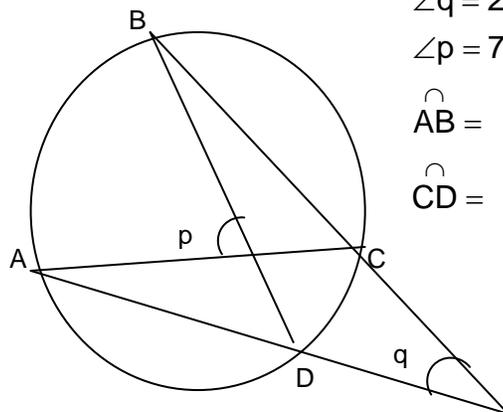
$\angle e = 78^\circ$
 $\widehat{BC} = 56^\circ$
 $\widehat{AB} =$



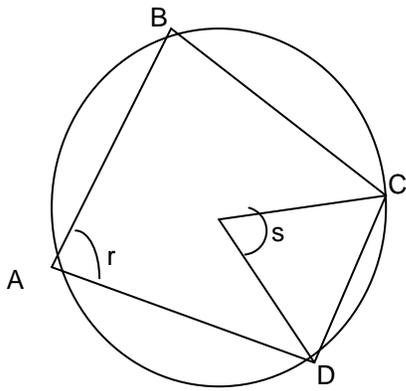
$\angle m = 85^\circ$
 $\widehat{CD} = 68^\circ$
 $\widehat{AB} =$



$\widehat{AB} = 78^\circ$
 $\widehat{CD} = 126^\circ$
 $\angle n =$



$\angle q = 26^\circ$
 $\angle p = 72^\circ$
 $\widehat{AB} =$
 $\widehat{CD} =$

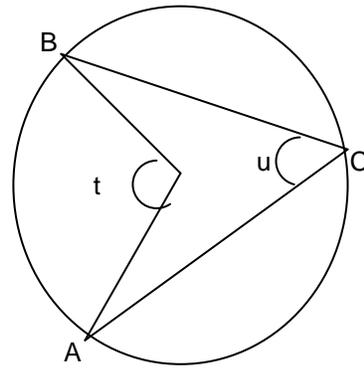


$$\widehat{BC} = 82^\circ$$

$$\widehat{AC} = 136^\circ$$

$$\angle s =$$

$$\angle r =$$



$$\widehat{BC} = 82^\circ$$

$$\widehat{AC} = 136^\circ$$

$$\angle t =$$

$$\angle u =$$

UNIDAD 3

Competencia Particular de la unidad:

Emplea las funciones trigonométricas en la solución de triángulos y ecuaciones que se presentan en situaciones de su entorno académico, personal y/o social.

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO:

1. Identifica las funciones e identidades trigonométricas, así como sus propiedades a partir de triángulos rectángulos
 2. Aplica las funciones e identidades trigonométricas para solucionar problemas que dan lugar a triángulos, en su ámbito académico, personal y social.
 3. Utiliza las funciones e identidades trigonométricas en la solución de ecuaciones en su ámbito académico.
-

PAGINAS WEB DE CONSULTA.

- **Trigonometría**
<http://matematica.wikia.com/wiki/Trigonometr%C3%ADa>
- **Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Razones_trigonometricas_triangu_lo_rectangulo/index_Ratrigo.htm
- **Razones trigonométricas y relaciones entre ellas**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Razones_trigonometricas/Indice_ra_zones_trigonometricas.htm
- **Funciones trigonométricas**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funciones_trigonometricas/Las_fun_ciones_trigonometricas.htm
- **Resolución de triángulos oblicuángulos**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Resolucion_triangulos_oblicuangulo_s/Resolucion_TO_indice.htm
- **Razones trigonométricas. Operaciones. Identidades y ecuaciones**
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/razones_trigonometricas_bcnt/indic_etri2.htm

Ejercicios y Problemas

- I. Conociendo los siguientes datos; calcular los elementos faltantes del triángulo rectángulo, así como el perímetro y el área:

1. $c = 134.80 \text{ cm}$ $\angle A = 77^\circ 26' 34''$

$a = 131.157 \text{ cm}$, $b = 29.3074 \text{ cm}$, $\angle B = 12^\circ 33' 26''$
 $P = 295.2644 \text{ cm}$., $A = 1921.935 \text{ cm}^2$

2. $b = 21.79 \text{ cm}$ $\angle A = 35^\circ 45' 52''$

$a = 15.6948 \text{ cm}$, $c = 26.8539 \text{ cm}$, $\angle B = 55^\circ 14' 8''$
 $P = 70.3387 \text{ cm}$., $A = 170.994 \text{ cm}^2$

3. $c = 135.27 \text{ cm}$ $b = 57.38 \text{ cm}$

$a = 122.4969 \text{ cm}$, $\angle A = 64^\circ 54' 2.45''$, $\angle B = 25^\circ 5' 57.81''$
 $P = 315.1469 \text{ cm}$., $A = 3514.436 \text{ cm}^2$

4. $a = 475.63 \text{ cm}$ $b = 225.52 \text{ cm}$

$c = 526.3887 \text{ cm}$, $\angle A = 64^\circ 37' 55.3''$, $\angle B = 25^\circ 22' 6.38''$

$$P = 1227.5387 \text{ cm.}, A = 53,632.038 \text{ cm}^2$$

$$5. \quad a = 34 \text{ cm} \qquad c = 87 \text{ cm}$$

$$b = 80.0812 \text{ cm}, \angle A = 23^\circ 0' 16.46'', \angle B = 66^\circ 59' 43.54''$$

$$P = 201.0812 \text{ cm.}, A = 1361.3804 \text{ cm}^2$$

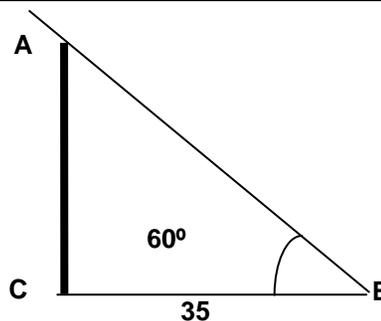
II. De acuerdo con la información construye el triángulo rectángulo y calcula los valores de cada una de las funciones trigonométricas de sus dos ángulos agudos.

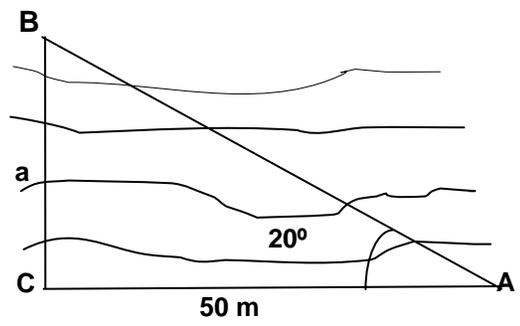
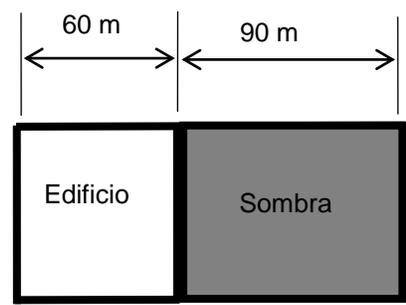
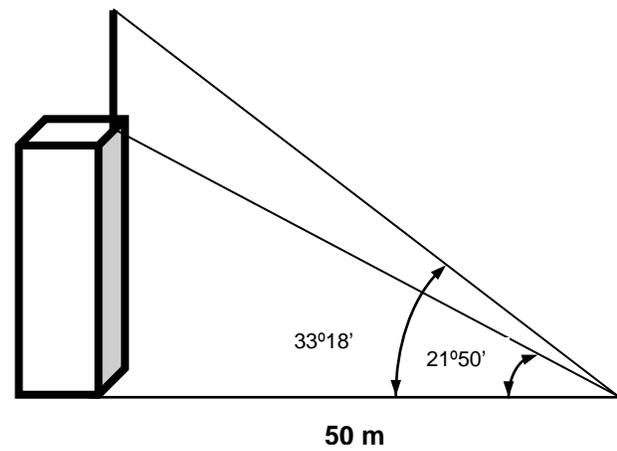
NO.	DATOS	FIGURA	SOLUCIÓN
6.	Si $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ y está en el tercer cuadrante		$\angle \alpha = 36^\circ 52' 11.64''$ $\angle \beta = 53^\circ 7' 48.36''$ $c = 5$
7.	Si $\text{Sen} \alpha = \frac{4}{5}$ y está en el segundo cuadrante.		$\angle \alpha = 53^\circ 7' 48.36''$ $\angle \beta = 36^\circ 52' 11.64''$ $b = 3$
8.	Si $\text{Tan} \alpha = \frac{-3}{7}$ y está en el cuarto cuadrante.		$\angle \alpha = -23^\circ 11' 54.96''$ $\angle \beta = 113^\circ 11' 56.4''$ $c = 7.6157$
9.	Si $\text{Cot} \alpha = \frac{5}{3}$ y está en el primer cuadrante.		$\angle \alpha = 30^\circ 57' 49.68''$ $\angle \beta = 59^\circ 2' 10.32''$ $c = 5.8309$

III. Resolver los siguientes problemas.

10. ¿Cual es la altura de una antena de comunicaciones que proyecta una sombra de 35 m, cuando el sol se eleva sobre el horizonte 60° de inclinación?

Altura de la antena es de 60.6218 m.



<p>11. Con el propósito de construir un puente se desea conocer la anchura de un río, para ello se han efectuado las divisiones que aparecen en el esquema, encontrar la respuesta.</p> <p style="text-align: center;">Ancho del río es 18.1985 m.</p>	
<p>12. En una fotografía de satélite la imagen y su sombra es como se ilustra en la figura. Si la fotografía fue tomada cuando el ángulo que forma el sol con la horizontal era de $60^{\circ}50'$ ¿Cuál es la altura del edificio?</p> <p style="text-align: center;">Altura del edificio es 161.256 m.</p>	
<p>13. Un asta bandera esta fijada verticalmente en lo alto de un edificio, desde un punto situado a 50 m. de la base del edificio, los ángulos de elevación al pie y a la punta del hasta bandera son $21^{\circ} 50'$ y $33^{\circ} 18'$. Hallar la medida del hasta</p> <p style="text-align: center;">Medida del asta es 12.8115 m.</p>	

IV. Demostrar las identidades siguientes.

$$14. \frac{\tan A - \cot A}{\tan A + \cot A} = 2\operatorname{sen}^2 A - 1$$

$$15. \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B} = 1 - 2\operatorname{sen}^2 B$$

$$16. \frac{\operatorname{sen} x}{\csc x - \cot x} = 1 + \cos x$$

$$17. \frac{1}{\csc x - \operatorname{sen} x} = \tan x \sec x$$

$$18. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \sec x \csc x$$

$$19. \sec x \operatorname{ctg} x = \csc x$$

$$20. \cos^2 \theta + 8 = 9 - \operatorname{sen}^2 \theta$$

$$21. (\sec x - \operatorname{tg} x)(\sec x + \operatorname{tg} x) = 1$$

V. Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos

22. Dados $a=2$ m., $c=4$ m., $\angle B=75^\circ 24'$

$b= 3.9958$ cm, $\angle A=28^\circ 58' 14.88''$, $\angle C=75^\circ 37' 58.8''$

23. Dados $b=3$ m., $c=4$ m., $\angle A=60^\circ 36' 58''$

$a= 3.6357$ cm, $\angle B=45^\circ 58' 14.16''$, $\angle C=73^\circ 27' 52.2''$

24. Dados $a=24.532$ cm., $b=18.634$ cm. y $c=25.279$ cm.

$\angle A=65^\circ 55' 0.48''$, $\angle B=43^\circ 54' 16.92''$, $\angle C=70^\circ 10' 42.6''$

25. Dados $a=50$ cm., $\angle A=45^\circ 27' 36''$, $\angle B=45^\circ 45' 34''$

$b= 50.2565$ cm, $c= 70.1334$ cm, $\angle C=88^\circ 46' 50''$

26. Dados $a=37$ cm., $\angle A=48^\circ 23' 12''$, $\angle B=36^\circ 23' 41''$

$b= 29.3639$ cm, $c= 49.2837$ cm., $\angle C=95^\circ 13' 7''$

VI. Resolver los siguientes problemas:

27. Calcular el ángulo de elevación del Sol en el momento en que un árbol de 32.5 de altura proyecta una sombra de 75 m.

El ángulo mide $23^\circ 25' 43.29''$

28. Una torre de 150 pie de altura y desde su tope se forma un ángulo de depresión de 36.4° con un objeto del suelo

a) Determine la distancia de la base de la torre al objeto

b) ¿A que distancia esta el objeto de la parte superior de la torre?

a) distancia es 203.4550 pies; b) distancia es 252.7725 pies

29. Desde el techado de un edificio de 70 pie de altura, el ángulo de elevación hacia el extremo libre de un poste es de 11.2° . Desde la base del edificio, el ángulo de elevación del tope del poste es de 33.4° . Calcule la altura y la distancia del edificio al poste.

Altura del poste es 5.7998 pies, la distancia de separación es 81.6436 pies

30. En un punto P al sur de un edificio, el ángulo de elevación de la parte superior de aquel es 58° . En un punto Q, 250 pie al oeste de P, el ángulo de elevación es 67° . Determine la altura del edificio (Ver figura).

